**МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «ЛИЦЕЙ»**

**Методика обучения тригонометрии**

**в условиях внеурочной деятельности**

**в общеобразовательной школе**

**(на примере математического кружка**

**«С тригонометрией на ТЫ!»**

**для 8 – 9 классов)**

**Составитель программы:**

**преподаватель математики**

**Мурадова Сабина Руслан кызы**

г. Нижневартовск, 2018 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

[Методика обучения тригонометрии в 8-9 классах общеобразовательной школы в процессе внеурочной деятельности 3](#_Toc13522096)

[1. Сравнительный анализ учебно-методической литературы по алгебре и геометрии для 8-9 классов общеобразовательной школы по разделу «Тригонометрия» 3](#_Toc13522097)

[2. Программа и методические рекомендации к проведению занятий математического кружка «С тригонометрией на ТЫ!» 5](#_Toc13522098)

[3. Результаты экспериментальной работы по внедрению разработанной методики проведения занятий математического кружка «С тригонометрией на ТЫ!» 33](#_Toc13522099)

[3.1. Констатирующий этап эксперимента 36](#_Toc13522100)

[3.2 Формирующий этап эксперимента 38](#_Toc13522101)

[3.3. Контролирующий этап эксперимента 39](#_Toc13522102)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 42](#_Toc13522103)

[БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 44](#_Toc13522104)

[Приложение 1 51](#_Toc13522105)

[Приложение 2 54](#_Toc13522106)

# Методика обучения тригонометрии в 8-9 классах общеобразовательной школы в процессе внеурочной деятельности

## 1. Сравнительный анализ учебно-методической литературы по алгебре и геометрии для 8-9 классов общеобразовательной школы по разделу «Тригонометрия»

Проблемы, возникающие при обучении тригонометрии в общеобразовательной школе, связаны с неоднозначным подходом авторов учебников на первых этапах представления учебного материала по данному разделу [4]. Начала тригонометрии изучаются школьниками в 8 классе на уроках геометрии. Продолжение изучения тригонометрии происходит уже в следующем году, в 9 классе, на уроках алгебры. Сравнительный анализ содержания учебников разных авторов по данному разделу подтверждает наличие разных подходов к введению тригонометрического материала в общеобразовательной школе.

В учебнике по геометрии для 7-9 классов под редакцией Л.С. Атанасяна изучение тригонометрии начинается с рассмотрения синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника в курсе геометрии 8 класса и продолжается в 9 классе, где рассматриваются также тупые углы, вводится числовая окружность, приводятся формулы приведения (без вывода). Сравнительный анализ учебной литературы по алгебре и геометрии других авторов представлен в таблицах 1 и 2 [1], [2].

Таблица 1

**Сравнительный анализ содержания учебников алгебры**

**(9 класс, ФГОС ООО) по разделу «Тригонометрия»**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Автор Ш.А.Алимов** | **Кол-во**  **часов** | **Автор Ю.Н. Макарычев** | **Кол-во**  **часов** |
| **IV четверть** | | | |
| Радианная мера угла | 1 | Угол поворота | 1 |
| Поворот точки вокруг начала координат | 1 | Измерение углов поворота в радианах | 1 |
| Определение синуса, косинуса и тангенса угла | 2 | Определение тригонометрических функций | 3 |
| Знаки синуса, косинуса и тангенса | 2 | Некоторые тригонометрические тождества | 1 |
| Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла | 2 | Свойства тригонометрических функций | 1 |
| Тригонометрические тождества | 3 | Графики и основные свойства синуса и косинуса | 1 |
| Синус, косинус, тангенс углов α и – α | 2 | Графики и основные свойства тангенса и котангенса | 2 |
| Формулы сложения | 3 | Формулы приведения | 2 |
| Синус и косинус двойного угла | 2 | Решение простейших тригонометрических уравнений | 1 |
| Формулы приведения | 4 | Связь между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента | 2 |
| Преобразование тригонометрических выражений | 3 |
| Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов | 2 |
| Формулы двойного и половинного углов | 2 |
| Формулы суммы и разности тригонометрических функций | 3 |

Таблица 2

**Сравнительный анализ содержания учебников геометрии**

**(8-9 классы, ФГОС ООО) по разделу «Тригонометрия»**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Автор И.Ф. Шарыгин** | **Кол-во**  **часов** | **Автор Л.С. Атанасян** | **Кол-во**  **часов** |
| **8 класс, III четверть** | | | |
| Тригонометрические функции.  Теоремы косинусов и синусов | 6 | Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника | 1 |
| Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника | 1 |
| Значение синуса, косинуса и тангенса для углов 30°, 45° и 60° | 1 |
| **9 класс, вторая четверть** | | | |
| Не изучается | - | Синус, косинус, тангенс угла | 3 |
| Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения. Теоремы синусов и косинусов | 4 |

Значительные временные промежутки между изучением отдельных тем раздела «Тригонометрия» являются, по нашему мнению, одной из главных причин возникновения у школьников трудностей при изучении данного раздела. Следует заметить, что до 1966 г. тригонометрия в отечественном школьном образовании была представлена как отдельная дисциплина, на которую выделялось 2 часа в неделю, что обеспечивало системность и структурированность учебного материала, и как следствие, прочность и глубину знаний обучающихся.

## 2. Программа и методические рекомендации к проведению занятий математического кружка «С тригонометрией на ТЫ!»

Согласно требованиям ФГОС ООО «Рабочие программы курсов внеурочной деятельности должны содержать:

1. результаты освоения курса внеурочной деятельности;
2. содержание курса внеурочной деятельности с указанием форм организации и видов деятельности;
3. тематическое планирование» [24, П.18.2.2].

В соответствии с планируемыми результатами освоения общеобразовательной программы в рамках предметной области «Математика и информатика» и с учётом подходов к отбору предметного содержания, отраженные в параграфах 1.3 и 2.1, нами разработаны программа и методические рекомендации к проведению математического кружка в рамках внеурочной деятельности для 8-9 классов «С тригонометрией на ТЫ!».

**Основания для разработки программы:**

1. Федеральный закон Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».
2. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (с изменениями и дополнениями от: 29 декабря 2014 г., 31 декабря 2015 г.).
3. Учебный план МБОУ «Лицей».

**Заказчик программы:** административный совет МБОУ «Лицей».

**Разработчик программы:** Мурадова Сабина Руслан кызы, преподаватель математики МБОУ «Лицей».

Согласно учебному плану на проведение математического кружка в рамках внеурочной деятельности «С тригонометрией на ТЫ!» для 8-9 классов учебным планом основного общего образования МБОУ «Лицей» отводится 34 часа. Продолжительность одного занятия составляет 2 академических часа. Занятия кружка начинаются в IV четверти для 8 классов и продолжаются в I четверти для 9 классов.

Цель математического кружка «С тригонометрией на ТЫ!» — увлечь математикой, научить получать удовольствие от интеллектуального труда, по-настоящему «чувствовать» математику, обеспечить и овладеть на хорошем уровне основными знаниями и умениями у обучающихся по разделу «Тригонометрия».

Задачи курса:

* познакомить обучающихся с историческими аспектами развития тригонометрии;
* обеспечить овладение первичными знаниями и умениями по разделу курса математики «Тригонометрия»;
* познакомить обучающихся с заданиями № 16, 26 из ОГЭ по математике, относящиеся к разделу «Тригонометрия»;
* продемонстрировать прикладной характер тригонометрии;
* расширить кругозор обучающихся.

Теоретический и практический материал, предусмотренный программой курса, способствует формированию познавательного интереса и повышения мотивации к изучению математики, развитию творческих способностей обучающихся, развивает навыки работы с учебной и справочной литературой; обеспечивает возможность дополнительно готовить обучающихся к основному государственному экзамену по математике.

**I. Результаты освоения курса внеурочной деятельности (математического кружка)**

Изучение математического кружка в 8-9 классах дает возможность обучающимся достичь следующих результатов освоения:

1) личностные результаты:

* воспитание российской гражданской идентичности: патриотизма, уважения к Отечеству, прошлое и настоящее многонационального народа России; осознание своей этнической принадлежности, знание истории, языка, культуры своего народа, своего края, основ культурного наследия народов России и человечества; усвоение гуманистических, демократических и традиционных ценностей многонационального российского общества; воспитание чувства ответственности и долга перед Родиной;
* формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, осознанному выбору и построению дальнейшей и профессиональных предпочтений с учетом устойчивых познавательных интересов, а также на основе формирования уважительного отношения к труду, развития опыта участия в социально значимом труде;
* формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, учитывающего социальное, культурное, языковое, духовное многообразие современного мира;
* формирование осознанного, уважительного и доброжелательного отношения к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
* формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, детьми старшего и младшего возраста, взрослыми в процессе образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, творческой и других видов деятельности.

2) метапредметные результаты:

* умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности;
* умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
* умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения;
* умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;
* умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
* умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение;
* умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей; планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью;
* формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий; развитие мотивации к овладению культурой активного пользования словарями и другими поисковыми системами;

3) предметные результаты:

* овладение базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания, представление об основных изучаемых понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать реальные процессы и явления;
* формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления: осознание роли математики в развитии России и мира; возможность привести примеры из отечественной и всемирной истории математических открытий и их авторов;
* развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений:

оперирование понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс, радианная мера, градусная мера, числовая окружность;

решение задач с выполнением тождественных преобразований тригонометрических выражений, установление верности числового равенства или неравенства, содержащих тригонометрические величины, нахождение неизвестных тригонометрических величин по известным;

* умение работать с математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), грамотно применять математическую терминологию и символику;
* умение проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;
* развитие представлений о числе и числовых системах, овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;
* овладение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений;
* овладение геометрическим языком, умение использовать его для описания предметов окружающего мира, развитие пространственных представлений и изобразительных умений, приобретение навыков геометрических построений;
* умение измерять длины отрезков, величины углов, использовать формулы для нахождения площадей геометрических фигур и элементов треугольника с помощью тригонометрии;
* умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием (при необходимости) справочных материалов, калькулятора, компьютера.

**II. Содержание курса внеурочной деятельности с указанием форм организации и видов деятельности**

Рассмотрим содержание и методические рекомендации к организации деятельности на занятиях кружка:

**Тема 1. История развития тригонометрии. Тригонометрия вокруг нас.**

*Основные этапы развития тригонометрии. Место тригонометрии в отечественном школьном математическом образовательном процессе до 60-ых годов и на современном этапе. Применение тригонометрии в различных сферах деятельности. Применение тригонометрических функций с помощью компьютерных программ.*

Первые занятия носят мотивационный характер и направлены на повышение интереса школьников к изучению тригонометрии в игровой форме. Школьники ближе знакомятся с тригонометрией, узнают об истории ее возникновения и развития, начинают осознавать важность ее изучения.

Занятие кружка рекомендуется провести в виде групповой работы, где обучающимся будут предложены карточки с вопросами, на которые необходимо ответить. Примеры вопросов:

1. Назовите автора первого учебника по тригонометрии в России (ученик Эйлера)?
2. К какой науке древние греки относили тригонометрию?
3. В каком году тригонометрия перестала быть отдельным предметом?
4. Назовите предполагаемого автора первых тригонометрических таблиц?
5. В каком виде Леонард Эйлер впервые представил тригонометрические функции?
6. На какие два концентра была раздела тригонометрия с 1906 года?
7. В начале XIX века Н.И. Лобачевский добавил к плоской и сферической тригонометрии третий раздел, назовите его?
8. В каком веке в Петербурге возникла авторитарная тригонометрическая школа, которая внесла большой вклад в плоскую и сферическую тригонометрию?

На момент обучения математическому кружку, обучающиеся уже владеют навыками работы в офисном приложении MS Excel. Поэтому можно провести уроки по данной теме в компьютерном классе для открытия детьми новых функций в данной среде. Для знакомства с тригонометрическими функциями будем использовать формулу для вычисления биоритмов по дате рождения, например: =SIN(2\*ПИ()\*(B5-$B$1)/23). Формула определяет биоритмы текущего дня. Пример работы формулы приведен на рисунке 7 в виде графика.

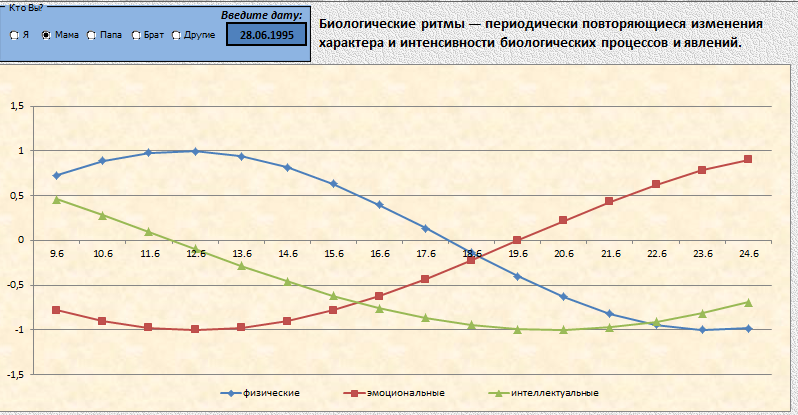


Рис. 7. Биоритмы по дате рождения с помощью тригонометрических функций в MS Excel

*Формы организации УПД обучающихся*: фронтальная, групповая, индивидуальная.

*Средства обучения*: мультимедийный проектор, интерактивная доска, индивидуальные карточки с заданиями для каждой группы, карточки с методическими рекомендациями, компьютерный класс, программа MS Excel.

**Тема 2. Синус, косинус и тангенс угла. Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения.**

*Определение понятий синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла прямоугольного треугольника. Формулы, выражающие синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника через его стороны. Теорема Пифагора. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Понятие единичного полукруга. Синус, косинус, тангенс, котангенс тупого угла. Вывод основного тригонометрического тождества. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.*

На данном занятии вводятся понятия синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла прямоугольного треугольника, вычисляются их значения для углов , и . Столь раннее введение элементов тригонометрии связано в первую очередь с тем, что они необходимы обучающимся на уроках физики уже в самом начале 9 класса.

Центральное место в данном занятии занимает знаменитая теорема Пифагора. Ранее обучающиеся уже знакомились с теоремой Пифагора, поэтому мы будем использовать методы еще не открытые во времена Пифагора (великий древнегреческий математик и философ Пифагор жил в VI в. До н. э.).

Сегодня обычный школьник владеет математическими знаниями и методами, неизвестными такому великому и мудрому человеку, как Пифагор. И теоретическая, и практическая роль теоремы Пифагора необычайно важны. Благодаря этой теореме мы можем находить расстояния между точками, не измеряя этого расстояния непосредственно, даже не рассматривая напрямую, проходящую через эти точки.

На основных уроках обучающиеся рассматривают синус, косинус и тангенс для острого угла. В рамках занятия математического кружка мы повторяем пройденный материал и вводим тригонометрические функции для тупого угла.

Рассмотрим единичный полукруг с центром A, образованный дугой (см. рисунок 8; – радиус, перпендикулярный диаметру ). Возьмем на полуокружности точки и , соответствующие углам и . Эти точки симметричны относительно , т.е. их проекции на совпадают. Но при этом . Поэтому естественно считать, что и .

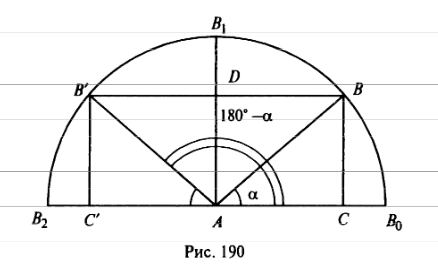


Рис. 8. Единичный полукруг

Иначе обстоит дело с косинусом. Чтобы отличить лучи и , положим, что лучу соответствует положительное направление, а лучу отрицательное. А так как точки и симметричны относительно и , то естественно считать, что .

Во многих геометрических теоремах и формулах используются тригонометрические функции [45]. Важнейшими являются теорема синусов и теорема косинусов, которые мы рассмотрим на следующих занятиях.

Для выполнения тождественных преобразований тригонометрических выражений можно использовать не только данные тригонометрические тождества, но и другие формулы тригонометрии, а также алгебраические преобразования, например, действия с дробями, вынесение за скобки общего множителя, формулы сокращённого умножения и т. д.

Тождественные преобразования используются при доказательстве тождеств. Какие вы знаете способы доказательства тождеств? Способы доказательства тождеств:

* преобразование правой части к левой;
* преобразование левой части к правой;
* установление того, что разность между правой и левой частями равна нулю;
* преобразование левой и правой части к одному и тому же выражению.

Рассмотрим задачу:

Доказать тождество .

Доказательство:

;

=> что и требовалось доказать [5].

Ряд занятий посвящены выводу из основного тригонометрического тождества формул, а именно, связывающих тангенс и косинус, синус и котангенс, тангенс и котангенс. Можно использовать задания на переход от радианной меры угла к градусной и, наоборот; на вычисления и преобразования выражений, содержащих синусы, косинусы, тангенсы и котангенсы табличных углов; на нахождение синуса по известному косинусу, тангенсу или котангенсу и т.д.

*Формы организации УПД обучающихся*: фронтальная, групповая.

*Средства обучения*: мультимедийный проектор, компьютер, интерактивная доска, трёхэлементная школьная доска boardSYS, карточки с методическими рекомендациями.

**Тема 3. Табличные значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Мнемоническое правило «Тригонометрия на ладонях».**

*Равенство синусов смежных углов. Выражение косинусов смежных углов взаимно противоположными числами. Применение мнемонического правила «Тригонометрия на ладонях». Решение задач на нахождение значений синуса, косинуса, тангенса, котангенса от 0 до 180.*

В начале занятия полезно проверить, насколько усвоены учащимися понятия синуса, косинуса, тангенса для острого угла прямоугольного треугольника, введенные в 8 классе. Это можно сделать с помощью математического диктанта:

1. Стороны прямоугольного треугольника равны 3 см, 4 см и 5 см. Найдите синус меньшего острого угла этого треугольника.
2. Стороны прямоугольного треугольника 26 м, 24 м и 10 м. Найдите тангенс большего острого угла этого треугольника.
3. Катет прямоугольного треугольника равен 6 дм, а противолежащий угол равен . Найдите гипотенузу этого треугольника.
4. Вычисляя синус острого угла прямоугольного треугольника, ученик получил число 1,05. Верны ли его вычисления?
5. Найдите косинус острого угла, если его синус равен .
6. Найдите тангенс острого угла, если его синус равен .
7. Синус острого угла прямоугольного треугольника равен . Чему равен косинус второго острого угла этого треугольника?

Также в рамках занятий целесообразно обсудить с обучающимися решение задач, например:

Используя единичный полукруг, постройте угол:

а) косинус которого равен ;

б) синус которого равен .

Для ее решения полезно заготовить на доске несколько полуокружностей [5].

Далее можно предложить обучающимся доказать, что синусы смежных углов равны, а косинусы смежных углов выражаются взаимно противоположными числами. Дальнейшие уроки полезно начать с фронтального повторения теоретического материала по таблице, представленной на рисунке 9.

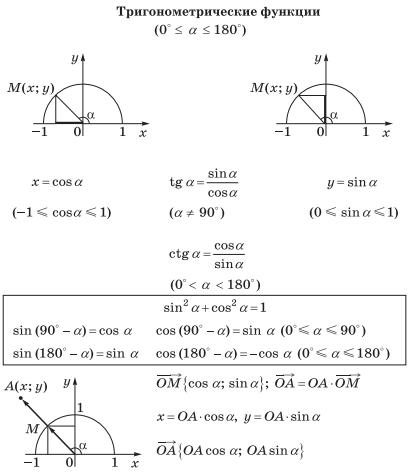


Рис. 9. Справочный материал по тригонометрии

Также в рамках кружка производится отработка запоминания синуса, косинуса, тангенса и котангенса табличных углов путем использования приема мнемонического правила «Тригонометрия на ладонях». Ранее мы рассматривали границы углов от 0º до 90º [19], [20], [41]. В целях пропедевтики дальнейшего изучения тригонометрии уместно расширить границы до развернутого угла. Результаты изменений представлены на рисунке 10. Единственное, нужно помнить, что если мы работаем с косинусом, тангенсом и котангенсом правой руки, то ставится знак «минус». Каждым пальцам соответствует «хороший» угол:

* Мизинцам - 00 и 1800
* Безымянным - 300 и 1500
* Средним - 450 и 1350
* Указательным - 600 и 1200
* Большим - 900

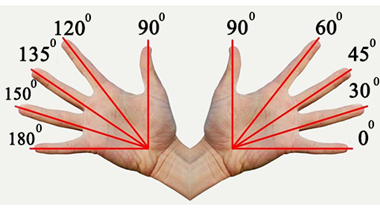


Рис. 10. Тригонометрия на ладонях

Учащимся необходимо помнить только, что любая функция – это отношение. «До» — количество пальцев снизу, «после» — сверху [46]. На области развернутого угла рассматриваются пальцы «до» и «после» от мизинца до большого, ограничиваясь пятью пальцами.

Для вычисления синуса «хорошего» угла используем формулу:

.

Для вычисления косинуса, тангенса и котангенса используем формулы:



Рис. 11. Фрагмент урока: знакомство с мнемоническим правилом «Тригонометрия на ладонях»

Для оценки эффективности данного приема предлагается выполнить следующие задания:

1) Найти значение выражения:

а) ;

б)

в) .

2) Верно ли неравенство

Для выбора наиболее рационального приема стоит предложить обучающимся найти другие способы для запоминания табличных значений тригонометрических функций и представить в виде презентации. Тем самым обучающиеся смогут узнать новые методы и выбрать для себя наиболее эффективный. Методические рекомендации по созданию презентации представлены в приложении 2.

*Формы организации УПД обучающихся*: фронтальная, индивидуальная, групповая.

*Средства обучения*: мультимедийный проектор, компьютер, интерактивная доска, трёхэлементная школьная доска boardSYS, карточки с методическими рекомендациями.

**Тема 4. Теорема о площади треугольника. Теорема синусов. Теорема косинусов. Решение треугольников.**

*Формулировка и доказательство теорем синусов и косинусов. Применение теорем для решения треугольников. Знакомство с методами решения треугольников и измерительными работами, основанными на использовании теорем о площади треугольника, косинуса и синуса.*

Изучение теорем можно организовать в виде беседы. Доказательства теоремы о площади треугольника и теоремы косинусов нетрадиционны – они основаны на формулах для вычисления координат точки, которые были выведены на основных уроках геометрии в школьном курсе. Целесообразно использовать рассуждения по одному и тому же чертежу. После доказательства теорем, будет полезно обсудить: какие три элемента треугольника нужно знать, чтобы вычислить четвертый элемент (сторону или угол), используя: а) теоремы синусов; б) теоремы косинусов.

Далее можно рассмотреть задачи, например:

Найдите сторону AB треугольника ABC, если .

Проверка опорных знаний обучающихся может быть осуществлена с помощью математического диктанта:

1. Найдите площадь треугольника, если его основание равно 7 см, а высота равна 4 см.
2. Найдите синус угла, если его косинус равен .
3. Найдите синус угла, если синус смежного с ним угла равен 0,3.
4. Начертите треугольник ABC с тупым углом C. Проведите высоту треугольника из вершины B.
5. Луч OC образует с положительной полуосью абсцисс угол . Найдите координаты точки C, если OC = 6 дм.
6. Найдите расстояние между точками и .
7. Определите, каким – остроугольным, прямоугольным или тупоугольным – является треугольник, два угла которого равны и .
8. Точка C единичной полуокружности имеет координаты [6].

Решением треугольника называется нахождение всех его шести элементов (т.е. трех сторон и трех углов) по каким-нибудь трем данным элементам, определяющим треугольник.

При рассмотрении задач на решение треугольников полезно обратить внимание обучающихся на то, что при вычислении углов треугольника предпочтительнее использовать теорему косинусов, а не теорему синусов. Например, зная три стороны треугольника, для вычисления первого угла применяем теорему косинусов, а для вычисления второго угла можно использовать как ту, так и другую теорему. Но поскольку синус угла равен синусу смежного с ним угла, то нахождение синуса угла еще не позволяет определить сам угол – он может быть острым или тупым. Если же вычислить косинус угла, то по его знаку и величине угол определяется однозначно.

Обучающимся будет полезно оформить в тетради таблицу-памятку, представленную на рисунке 12.

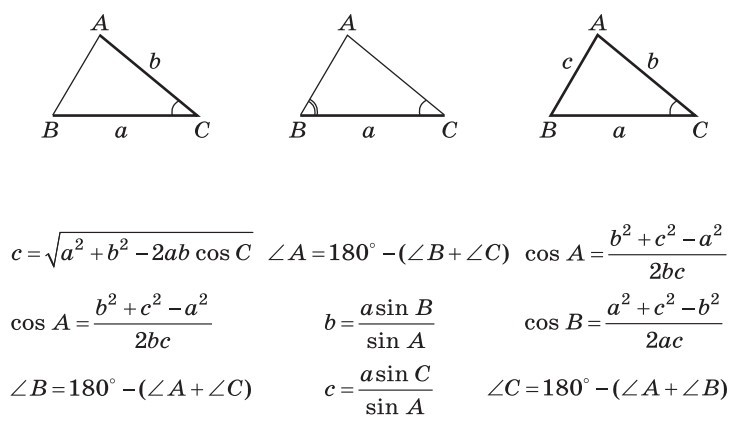


Рис. 12. Таблица-памятка для решения треугольников

Желательно напомнить обучающимся, что в 8 классе высота предмета и расстояние до недоступной точки определялись на основе подобия треугольников. В 9 классе эти же задачи решаются с применением тригонометрических функций.

Рассмотрим задачу на решение треугольника по двум сторонам и углу между ними:

|  |  |
| --- | --- |
| Дано: | Решение:  1. По теореме косинусов находим :  2. Пользуясь теоремой косинусов, получаем:  Угол А находим с помощью микрокалькулятора или по таблице тригонометрических функций.  3*. .* |
| Найти: |

Тригонометрические формулы используются при проведении различных измерительных работ на местности: измерение высоты предмета, измерение расстояния до недоступной точки.

*Формы организации УПД обучающихся*: фронтальная, индивидуальная.

*Средства обучения*: мультимедийный проектор, компьютер, интерактивная доска, трёхэлементная школьная доска boardSYS, индивидуальные карточки с заданиями для каждого ученика, карточки с методическими рекомендациями.

**Тема 5. Радианная мера угла. Связь между радианной и градусной мерами углов.**

*Определение радианной меры угла. Связь между радианной и градусной мерами углов. Решение задач на перевод из радианной меры угла в градусную и наоборот.*

В рамках продолжения кружка предполагается пропедевтика введения радианной меры угла, рассматриваемая девятиклассниками в IV четверти. На пропедевтическом этапе изучения также возможно введение понятия радианной меры угла. А значит, задания можно сделать более разнообразными с учётом использования другой формы записи углов. Тем самым, мы сможем охватить более широкий спектр заданий и подготовить качественную платформу для усвоения материала курса алгебры и геометрии 9 класса, при этом сняв лишнее напряжение в условиях необходимости подготовки девятиклассников к сдаче ОГЭ.

На занятиях кружка мы установим связь между основными единицами измерения углов – градусами и радианами. Данная связь нам поможет выполнить перевод градусов в радианы и наоборот. Перевод будем выполнять по уже известным математике формулам, после чего приступим к решению примеров.

Связь между градусами и радианами выражается следующей формулой:

Из связи между градусной и радианной мерой углов выводятся формулы перевода радианов в градусы и градусов в радианы.

*Формы организации УПД обучающихся*: фронтальная, групповая.

*Средства обучения*: мультимедийный проектор, компьютер, интерактивная доска, трёхэлементная школьная доска boardSYS.

**Тема 6. Следствие из основного тригонометрического тождества. Вычисления и преобразования выражений с тригонометрическими элементами.**

*Вывод следствий из основного тригонометрического тождества: формулы связи косинуса и тангенса, синуса и котангенса. Тождественные преобразования тригонометрических выражений и нахождение их значений при заданных значениях углов. Решение задач на нахождение значений углов, выраженных в градусной мере; на определение знаков заданных углов; на установление верности числового равенства или неравенства, содержащих тригонометрические величины; на использование тригонометрических формул связи между для нахождения неизвестных тригонометрических величин по известным; на нахождение неизвестных элементов треугольника по известным с использованием тригонометрических величин; на построение углов по известным тригонометрическим величинам ().*

В данной теме мы рассмотрим всевозможные формулы, которые можно вывести из основного тригонометрического тождества (). Сразу можно увидеть, что можно выразить формулы для синуса и косинуса (), так как эти тригонометрические элементы присутствует в тождестве. Но возникает вопрос, как вывести формулы для тангенса и котангенса? Напрямую вычислить эти функции из приведенных выше формул нельзя. Однако существуют важные следствия из основного тригонометрического тождества, которые уже содержат тангенсы и котангенсы. А именно, для любого угла можно переписать основное тригонометрическое тождество следующим образом: .

Эти уравнения легко выводятся из основного тождества — достаточно разделить обе стороны на (для получения тангенса) или на (для котангенса). Процесс занятия можно организовать в виде групповой работы на карточках, предложив обучающимся самостоятельно вывести тригонометрические формулы из основного тригонометрического тождества.

Пример задания на использование формул:

Найдите , если известно, что

Задачи, связанные с тригонометрическими вычислениями, обычно сводятся к стандартным манипуляциям с тригонометрическими формулами. Основу тригонометрии составляют формулы сложения, из которых выводятся многие другие формулы, которые используются в тригонометрических вычислениях и при решении тригонометрических уравнений. А именно, формулы тангенса суммы и тангенса разности; формулы двойного угла; формулы понижения степени; формулы тройного угла. Вывод данных формул будет выполняться вместе с обучающимися в качестве упражнения. Использование формул обучающиеся будут отрабатывать в 10 классе, поэтому в рамках кружка мы познакомимся с ними и рассмотрим их применение в профессиональной деятельности.

*Формы организации УПД обучающихся*: фронтальная, индивидуальная, групповая.

*Средства обучения*: мультимедийный проектор, компьютер, интерактивная доска, трёхэлементная школьная доска boardSYS, индивидуальные карточки с заданиями для каждого ученика.

**Тема 7. Понятие «Числовая окружность». Решение задач с использованием числовой окружности.**

*Актуализация понятий связанных с координатной плоскостью (абсцисса, ордината, единичный отрезок, начало отсчета, координатная четверть). Введение понятий единичная окружность, числовая окружность. Решение задач на определение знака синуса, косинуса, тангенса, котангенса для заданного значения угла; установление четверти, которой принадлежит данный угол; установление верности числового равенств или неравенств.*

Особое место в математическом аппарате тригонометрии занимает понятие «Числовая окружность». Предполагается использование наглядного игрового метода – представления окружности из самих обучающихся, где границы градусного угла расширятся до 3600. На произвольно начерченной координатной оси, выстраиваем обучающихся в окружность. Между обучающимися происходит распределение углов и четвертей. В ходе выполнения заданий каждый из участников игры должен быть внимателен и сосредоточен. Обучающиеся должны определить, к какой четверти относится запрашиваемый угол, и кто из обучающихся за него отвечает.



Рис. 13. Фрагмент игрового метода на занятиях кружка

В рамках математической игры предлагается выполнить задания:

1) Положительным или отрицательным числом является:

а) ; б) ; в) г) ?

2) Определить знак выражения:

а) ; б)

в) г) .

3) В какой четверти расположен угол ***a***, если известно, что:

а) ; б) ;

в)

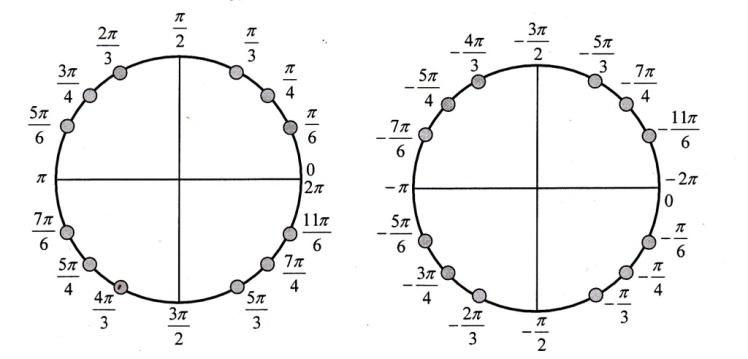


Рис. 14. Числовая окружность

Обязательно следует обсудить с учащимися вопрос: что будет, если по каждому из макетов двигаться не в положительном, а в отрицательном направлении? На первом макете выделенным точкам придется присвоить другие «имена»: соответственно и т.д.; на втором макете: и т.д.

Для обеспечения системности и прочности знаний необходимо включать в структуру занятия кружка фронтальную работу для выполнения устных заданий. В структуре урока по ФГОС ООО также рекомендуется включить этап актуализации знаний по предложенной теме и осуществление первого пробного действия [24]. Для этого рекомендуются задания, не требующие сложных вычислений или преобразований, например:

1. Могут ли одновременно выполняться равенства:

а) и ; б) и ?

1. Вычислите:

а) ; б) .

1. Отметьте точки на числовой окружности, соответствующие заданным тригонометрическим величинам:

а) ; б) ; в) ; г) .

*Формы организации УПД обучающихся*: фронтальная, индивидуальная, коллективная.

*Средства обучения*: мультимедийный проектор, компьютер, интерактивная доска, трёхэлементная школьная доска boardSYS, имитированная числовая окружность.

Для обеспечения эффективности работы кружка необходимо применение нестандартных форм работы с обучающимися. В частности, предполагается интенсивное применение игровых форм, наглядных пособий, систематической устной работы, обращение к фактам, относящимся к истории математики и математического образования.

В ходе проведения занятий кружка в 8 классе осуществлена деятельность по решению задач некоторых типов, способствующих более осознанному и прочному усвоению предметных знаний и умений обучающихся по разделу «Тригонометрия» (см. таблицу 3).

Таблица 3

**Типы математических задач по разделу «Тригонометрия»**

**для занятий кружка в 8 классе**

|  |  |
| --- | --- |
| **№** | **Типы математических задач, используемых на занятиях кружка в 8 классе** |
| 1 | Нахождение значений углов, выраженных в градусной мере |
| 2 | Определение знаков заданных углов |
| 3 | Установление верности числового равенства или неравенства, содержащих тригонометрические величины |
| 4 | Использование тригонометрических формул связи между для нахождения неизвестных тригонометрических величин по известным |
| 5 | Нахождение неизвестных элементов треугольника по известным с использованием тригонометрических величин |
| 6 | Построение углов по известным тригонометрическим величинам () |

*Методы и формы обучения*

Используемые образовательные технологии проведения занятий математического кружка:

* методы поискового и исследовательского характера, стимулирующие познавательную активность учащихся;
* интерактивные методы (эвристические методы, учебный диалог, метод проблемных задач, игры);
* самостоятельная работа учащихся с различными источниками информации, включая Интернет-ресурсы.

Формы организации познавательной деятельности учащихся: индивидуальные, групповые, коллективные.

Формы учебных занятий: интерактивные лекции с последующими дискуссиями, уроки с элементами моделирования ситуаций и играми, практикумы, нетрадиционные уроки (презентации, «круглые столы», уроки решения ключевых задач, интегрированные уроки и др.)

*Формы и методы проведения занятий кружка*

Контрольная работа, зачет, математическая игра, итоговое тестирование, зачетный практикум, итоговый контроль в форме презентации образовательных достижений (самостоятельно подготовленных рефератов, докладов, сообщений и т.д.), отчет о выполненной практической работе.

Контроль предполагает выявление уровня освоения учебного материала при изучении, как отдельных разделов, так и всего курса математики в целом.

Текущий контроль усвоения материала осуществляется путем устного/письменного опроса. Периодически знания и умения по пройденным темам проверяются письменными контрольными или тестовыми заданиями.

Эталоном, относительно которого оцениваются знания учащихся, является обязательный минимум содержания математики.

На итоговых занятиях математического кружка осуществляется контроль в игровой форме или в форме тестирования.

*Основная литература, рекомендуемая к использованию учителями и обучающимися:*

**В качестве основных учебных пособий можно взять учебники для общеобразовательных учреждений по алгебре для 8-9 классов под редакцией А.Г. Мордковича и по геометрии для 8-9 классов под редакцией Л.С. Атанасяна [38].**

Для оценки результатов освоения курса (математического кружка) используется пособие, которое содержит самостоятельные и контрольные работы по курсу геометрии 8 класса под редакцией Б.Г. Зив, В.М. Мейлер, а также математические диктанты и задачи повышенной трудности. Оно ориентировано на учебник «Геометрия. 7—9 классы» авторов Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной. В пособии представлено 39 самостоятельных работ, 7 контрольных работ, 5 математических диктантов и задачи повышенной трудности [11].

Также используем экспресс-диагностику Н.Б. Мельникова для 8, 9 классов. Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения). Предлагаемое пособие предназначено для организации текущих проверок по ходу изучения планиметрии в 9 классах. Оно содержит наборы заданий для проверки первичного усвоения материала по достаточно мелким разделам курса. Пособие выполнено в виде рабочей тетради. Включенные в работы задачи предполагают либо выбор одного или нескольких предложенных ответов, либо получение краткого ответа. Решение задач не требует письменного оформления. Предлагаемое пособие соответствует примерным программам основного общего образования [16].

Пособие для тематического и итогового контроля под редакцией А.П. Ершовой содержит самостоятельные и контрольные работы к учебнику «Л.С. Атанасян Геометрия 7-9». Пособие также может быть использовано при работе по любому действующему учебнику и для самообразования. Самостоятельные работы разделены на 8 блоков, соответствующих основным этапам изучения геометрии в 8 классе. Каждый блок состоит из трех видов работ, реализующих различные дидактические цели: работы по проверке теории, работы на готовых чертежах и письменные работы. В сборник также вошли 6 контрольных работ. Все работы состоят из 4 вариантов двух уровней сложности и предназначены для организации дифференцированного обучения и контроля в общеобразовательных и профильных школах [7].

Для подготовки к занятиям используем методические рекомендации под редакцией Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузовой для 8, 9 классов. Учебное пособие предназначено для учителей, которые преподают геометрию в 7—9 классах по учебнику Л. С. Атанасяна и др. Оно написано в соответствии с методической концепцией этого учебника, полностью соответствует ему как по содержанию, так и по структуре. Эта книга будет полезна, в первую очередь, начинающим учителям [5], [6], а также другие источники [11], [12], [21], [23], [24], [27], [35], [36], [37], [38].

**III. Тематическое планирование**

Таблица 4

**Тематическое планирование**

| **Номер часа** | **Номер занятия** | **Тема занятия** |
| --- | --- | --- |
| IV четверть, 8 класс | | |
| 1 | 1 | История развития тригонометрии |
| 2 | Тригонометрия вокруг нас |
| 3 | 2 | Синус, косинус и тангенс угла |
| 4 | Основное тригонометрическое тождество |
| 5 | 3 | Основное тригонометрическое тождество |
| 6 | Формулы приведения |
| 7 | 4 | Формулы приведения |
| 8 | Табличные значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса |
| 9 | 5 | Табличные значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса |
| 10 | Мнемоническое правило «Тригонометрия на ладонях» |
| 11 | 6 | Мнемоническое правило «Тригонометрия на ладонях» |
| 12 | Теорема о площади треугольника |
| 13 | 7 | Теорема синусов и косинусов |
| 14 | Теорема синусов и косинусов |
| 15 | 8 | Решение треугольников |
| 16 | Решение треугольников |
| 17 | 9 | Тематическая игра «А ты с тригонометрией на ТЫ?» |
| I четверть, 9 класс | | |
| 18 | 10 | Радианная мера угла |
| 19 | Связь между радианной и градусной мерами углов |
| 20 | 11 | Связь между радианной и градусной мерами углов |
| 21 | Следствие из основного тригонометрического тождества |
| 22 | 12 | Следствие из основного тригонометрического тождества |
| 23 | Вычисления и преобразования выражений с тригонометрическими элементами |
| 24 | 13 | Вычисления и преобразования выражений с тригонометрическими элементами |
| 25 | Вычисления и преобразования выражений с тригонометрическими элементами |
| 26 | 14 | Понятие «Числовая окружность» |
| 27 | Понятие «Числовая окружность» |
| 28 | 15 | Понятие «Числовая окружность» |
| 29 | Решение задач с использованием числовой окружности |
| 30 | 16 | Решение задач с использованием числовой окружности |
| 31 | Решение задач с использованием числовой окружности |
| 32 | 17 | Решение задач с использованием числовой окружности |
| 33 | Решение задач с использованием числовой окружности |
| 34 | 18 | Итоговое тестирование |

## 3. Результаты экспериментальной работы по внедрению разработанной методики проведения занятий математического кружка «С тригонометрией на ТЫ!»

Данный параграф посвящён описанию экспериментальной работы, назначение которой состояло в практической реализации и проверке результативности теоретических обоснованных педагогических условий формирования предметных результатов обучающихся по математике общеобразовательной школы.

**Организация экспериментальной работы**

**Цель эксперимента**: установить влияние занятий математического кружка в рамках внеурочной деятельности на формирование предметных результатов обучающихся по математике в общеобразовательной школе.

Для достижения цели решались следующие **задачи**:

1. Разработать содержание диагностических методик и критерии оценки уровня сформированности предметных результатов обучающихся.

2. Провести контрольные измерения уровня сформированности предметных компетенций и математической подготовки учащихся до проведения эксперимента.

3. На основе полученных результатов измерения разработать методику формирования предметных компетентностей и математической подготовки обучающихся с использованием формы кружка, игровых форм и групповой работы.

4. Провести экспериментальное обучение с использованием формы кружка, игровых форм, групповой работы и осуществить измерения результатов обучения.

5. Сравнить уровень умений, сформированных под воздействием разработанной методики.

**Гипотеза эксперимента**: использование математического кружка в рамках внеурочной деятельности по разделу математики «Тригонометрия» способствует повышению уровня сформированности предметных компетентностей, математической подготовки обучающихся общеобразовательной школы и, как следствие, повышению показателей количества правильно решенных задач по тригонометрии на ОГЭ по математике.

**Объект эксперимента**: кружковая работа обучающихся по математике, направленная на развитие предметной компетентности.

**Предмет эксперимента**: процесс влияния математического кружка на уровень сформированности предметной компетентности обучающихся общеобразовательной школы.

Программа эксперимента представлена в таблице 5.

Таблица 5

**Программа эксперимента**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Констатирующий** | **Формирующий** | **Контролирующий** |
| **Цель** | Проверка уровня математической подготовки и уровня сформированности предметных компетентностей по математике. | Внедрение разработанной методики и определение уровня предметных компетентностей на данном этапе внедрения. | Фиксирование результатов экспериментального обучения. |
| **Виды и способы комплектации групп** | Экспериментальная и контрольная группы. | | |
| **Измерительные величины** | 1. Уровень предметной компетентности.  2. Уровень математической подготовки. | | |
| **Перечень экспериментальных действий** | 1. Внедрение экспериментальной методики.  2. Анализ результатов и при необходимости корректировка методики. | | |
| **Методы** | Теоретические методы исследования (анализ, методы статистической обработки данных), методы контроля (анкета, беседа, контрольный срез). | Теоретические методы исследования (анализ, методы статистической обработки данных), экспериментальное обучение. | Методы контроля, методы статистической обработки данных, аналитические методы. |
| **Перечень средств и материалов** | Анкета, математический диктант. | Специально разработанные уроки-модули для реализации разработанной методики. | Анкета, тематическая игра «А ты с тригонометрией на ТЫ?», тестирование. |

Эксперимент проводился в 8ФХ классе МБОУ «Лицей» г. Нижневартовска в 2017-2018 учебном году в рамках внеурочной деятельности.

С целью определения наиболее сложного раздела математики для обучения среди обучающихся и педагогов было проведено анкетирование, которое представлено в приложении 3. В анкетировании приняло участие 184 обучающихся и 32 педагога школ и высших учебных заведений г. Нижневартовска.

Результат анкетирования, по вопросу выбора наиболее сложного для изучения раздела в математике, представлен на диаграмме (см. рисунок 15).

Рис. 15. Анализ результатов анкетирования

Итак, можно сделать следующие выводы:

1. Большинство опрошенных участников выделяют тригонометрию наиболее сложным разделом математики.

2. Не все школьники хотели бы связать свою будущую профессию с математикой.

3. Обучающиеся, студенты и педагоги понимают и имеют представления о важности математических знаний в деятельности человека.

### 3.1. Констатирующий этап эксперимента

**Цель этапа:** выявить уровень развития предметных компетентностей обучающихся.

**Задачи:**

1) разработать и провести содержание входной диагностики, позволяющей выявить наличие предметных компетентностей обучающихся;

2) провести анализ полученных результатов.

Входная диагностика состоит из 6 заданий, которые определяют у обучающихся способность к предметным компетентностям, которые влияют на изучение раздела математики «Тригонометрия».

Для выявления предметных компетентностей к изучению тригонометрии были использованы ранее рассмотренные темы, которые необходимы для изучения математического кружка. Задания не требуют глубоких знаний и умений, поэтому каждый обучающийся общеобразовательной школы может справиться с данной работой. Если в ходе испытания выяснилось, что у обучающихся есть сложности с выполнением, то они сразу же восполнялись путем наводящих вопросов или краткого обзора темы.

Для анализа результатов эксперимента было решено использовать качественные критерии (какие компетенции не развиты) и количественные критерии (объем выполненных заданий).

Рассмотрим задания из входной диагностики, которые определяют умение использовать теорему Пифагора и навык работы с прямоугольным треугольником:

№ 1. Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 800 м. Затем повернул на север и прошёл 600 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

№ 2. В треугольнике ABC: . Найдите квадрат AC.

№ 3. Может ли прямоугольный треугольник иметь стороны: 3, 4, 5?

№ 4. Есть прямоугольный треугольник ABC, где Найдите длину BC.

№ 5. Один острый угол прямоугольного треугольника в 29 раз больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

№ 6. В треугольнике ABC угол C равен , CH – высота, угол А равен . Найдите угол BCH. Ответ дайте в градусах.

### 3.2 Формирующий этап эксперимента

**Цель этапа:** повышение уровня предметных компетентностей по разделу математики «Тригонометрия» с помощью внедрения математического кружка в рамках внеурочной деятельности.

**Задачи:**

1) провести экспериментальное обучение, направленное на развитие предметных компетентностей по разделу математики «Тригонометрия» с помощью математического кружка;

2) разработать и провести промежуточные диагностики, направленные на выявление текущего уровня усвоения предметных компетентностей по тригонометрии;

3) проанализировать результаты.

Для повышения предметных компетентностей у обучающихся по разделу математики «Тригонометрия» разработан комплекс заданий, представленных в параграфе 2.3.

Рис. 16. Анализ проверочной работы по теме: «Значения тригонометрических функций»

По данным представленным на диаграмме (см. рисунок 16), видно, что у обучающихся, которые параллельно с учебным планом занимаются в математическом кружке, доля положительных отметок («5» и «4») гораздо выше доли отрицательных отметок («2»), чем у тех, кто изучает только общеобразовательный курс математики (алгебра и геометрия). Таким образом, можно сделать вывод, что процесс развития предметных компетентностей по разделу математики «Тригонометрия» обучающихся с помощью математического кружка «С тригонометрией на ТЫ!» в рамках внеурочной деятельности является достаточно эффективным.

### 3.3. Контролирующий этап эксперимента

**Цель этапа:** проверка предметных компетентностей по разделу математики «Тригонометрия» по итогам формирующего этапа эксперимента.

**Задачи:**

1) разработать диагностические задания, позволяющие выявить предметные компетентности по разделу математики «Тригонометрия»;

2) провести завершающую диагностику;

3) провести анализ полученных результатов.

В завершающем этапе эксперимента приняло участие 16 обучающихся экспериментальной группы и 16 обучающихся контрольной группы. Обучающимся обеих групп было предложено выполнить одинаковое итоговое тестирование (максимальный балл – 23), результат которого представлен на диаграмме (см. рисунок 17).

Рис. 17. Анализ результатов завершающего этапа контрольных и экспериментальных групп

**Выводы**

В параграфе 1 было показано, что учебная литература общеобразовательных школ имеет существенный недостаток – отсутствие системного обучения по разделу математики «Тригонометрия», поэтому по окончании экспериментального обучения для 8-го класса был проведен урок в форме игры, где можно было проверить знания каждого обучающегося по мере его уверенного участия в игре. Стоит отметить, что положительный результат проделанной работы является следствием развития навыков работы в коллективе; закрепления знаний числовой окружности и координатной четверти; развития пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений; развития умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера.

Проанализировав полученные результаты и сравнив с результатами диагностики на констатирующем этапе, можно сделать вывод, что процесс развития предметных компетентностей с помощью математического кружка является достаточно эффективным. Таким образом, мы достигли целей этапов эксперимента.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами были изучены теоретические аспекты обучения тригонометрии в общеобразовательной школе; разработаны программа и методика обучения тригонометрии в 8-9 классах общеобразовательной школы в процессе внеурочной деятельности соответственно поставленной цели, гипотезе, объекту и предмету исследования, позволило решить выдвинутые задачи и получить следующие результаты и выводы.

В результате анализа психолого-педагогической, методической, математической литературы и нормативной документации по теме исследования было определено состояние проблемы обучения разделу курса математики «Тригонометрия» в общеобразовательной школе. Проанализировано развитие обучения тригонометрии в отечественном и современном образовании. Изучены возможности внеурочной деятельности для повышения предметных результатов обучения математике, в частности, раздела «Тригонометрия».

В рамках исследования разработаны программа, содержание, методика проведения занятий математического кружка в рамках внеурочной деятельности «С тригонометрией на ТЫ!» для 8-9 классов общеобразовательной школы, направленные на повышение предметных результатов обучающихся по математике.

Экспериментальное исследование изменения показателей уровня математической подготовки обучающихся 8-9 классов в процессе освоения разработанной программы математического кружка показало повышение качественной успеваемости по сравнению с уровнем подготовки обучающихся на момент начала работы математического кружка.

Практическая значимость заключается в том, что разработана программа математического кружка «С тригонометрией на ТЫ!» и методические рекомендации к его проведению, которые могут быть использована в практической работе учителей математики с обучающимися 8-9 классов общеобразовательной школы.

Таким образом, задачи решены, гипотеза подтвердилась, и цель магистерской диссертации достигнута.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. – 21-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 271 с.: ил. – ISBN 978-5-09-032009-2.
2. Алгебра: учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / [Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др.]. – 13-е изд. – М.: Просвещение, 2007. – 255 с.: ил. – ISBN 5-09-015644-1.
3. Все предметы / Педагогика / Теория воспитания / Понятие внеучебной деятельности, материалы представлены специалистами сервиса справочник Автор24. URL: <https://spravochnick.ru> (Дата обращения: 16.02.19г.).
4. Все для школьников, студентов, учащихся, преподавателей и родителей [Электронный ресурс]: учебники по алгебре и геометрии за 8-9 классы. URL: <http://nashol.com> (Дата обращения: 17.03.18г.).
5. Геометрия. Методические рекомендации. 8 класс: учеб. пособие для общеобразоват. организаций / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, Ю.А. Глазков и др.]. – М.: Просвещение, 2016. – 110 с.: ил. – ISBN 978-5-09-038779-8.
6. Геометрия. Методические рекомендации. 9 класс: учеб. пособие для общеобразоват. организаций / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, Ю.А. Глазков и др.]. – М.: Просвещение, 2015. – 96 с.: ил. – ISBN 978-5-09-034833-1.
7. Ершова А.П. Сборник задания для тематического и итогового контроля знаний. Геометрия. 8 класс. – М.: ИЛЕКСА, 2013, - 128 с. ISBN 978-5-89237-373-9.
8. Живодерова Н.В., Худжина М.В. Об организации деятельности школьников при разработке математических проектов прикладной направленности // Культура, наука, образование: проблемы и перспективы: материалы VI международной научно-практической конференции (г. Нижневартовск, 13–15 февраля 2017г.) / отв. ред. А.В. Коричко. Нижневартовск: Изд-во Нижневартовского университета, 2017. Ч. I. Общественные и гуманитарные науки. С. 495-497.
9. Живодерова Н.В., Худжина М.В. Проектная деятельность по математике во внеурочное время как способ формирования коммуникативных компетенций обучающихся основной общеобразовательной школы // Культура, наука, образование: проблемы и перспективы: Материалы V Международной научно-практической конференции (г. Нижневартовск, 09–10 февраля 2016 года) / отв. ред. А.В. Коричко. Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гос. ун-та, 2016. Ч. II. С. 164–168.
10. Захарова, О.В. Методические особенности обучения тригонометрии учащихся профильных классов / О.В. Захарова: автореф. дис…. канд. пед. наук: 13.00.02. / Астр. гос. ун-т. – Астрахань, 2010. – 20с. URL: <http://asu.edu.ru> (Дата обращения: 26.10.17г.).
11. Зив Б.Г. Задачи к урокам геометрии. 7-11 классы. – СПб.: «Петроглиф», «Виктория плюс», 2016. – 608 с.: илл. – ISBN 978-5-98712-11-8, ISBN 978-8-91673-003-6.
12. История математики с Древнейших времен до начала XIX столетия в 3-х томах// под ред. А. П. Юшкевича. Москва, 1970г. – том 1-3 Э. Т. Бэлл Творцы математики. Издательство: Наука Язык: Русский Формат
13. Кристинина Е. И. Интеграция урочной и внеурочной деятельности в учебном процессе (из опыта работы) // Педагогическое мастерство: материалы VI Междунар. науч. конф. (г. Москва, июнь 2015 г.). — М.: Буки-Веди, 2015. — С. 100-104. — URL <https://moluch.ru/conf/ped/archive/151/8132/> (Дата обращения: 18.01.2019).
14. Критическое мышление // Wikipedia, the free encyclopedia, 2016. [URL:](URL:%20https://ru.wikipedia.org/wiki/Qt) <https://ru.wikipedia.org> (Дата обращения: 07.05.19г.).
15. Математические головоломки / Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа № 443 Фрунзенского района Санкт-Петербурга. URL: <http://школа443.рф> (Дата обращения: 12.12.18г.).
16. Мельникова Н.Б. Геометрия. 9 класс. Экспресс-диагностика. ФГОС / Н.Б. Мельникова. – М.: Издательство «Экзамен», 2015. – 94, [2] с. (Серия «Экспресс-диагностика») – ISBN 978-5-377-08942-1.
17. Мультимедийное сопровождение к УМК А.Г. Мордкович «Алгебра и начала анализа 10-11 класс» // Образовательный портал г.Мурманска: [библиогр. указ.] / сост.: Т.А. Шахова; Комитет по образованию администрации г.Мурманска, [2005]. URL: <http://www.edu.murmansk.ru> (Дата обращения: 02.03.18г.).
18. Мурадова С.Р. К вопросу обучения тригонометрии в основной образовательной школе / Лучшая студенческая статья 2018: сборник статей XIII Международного научно-практического конкурса. В 2ч. Ч. 1. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». –2018. С.146-149.
19. Мурадова С.Р., Худжина М.В. Методика обучения тригонометрии в условиях внеурочной деятельности в основной общеобразовательной школе / XXI Всероссийская студенческая научно-практическая конференция Нижневартовского государственного университета: сборник статей (г. Нижневартовск, 2–3 апреля 2019 года) / отв. ред. Д.А. Погонышев. Ч. 2. Информационные технологии. Математика. Физика. Нижневартовск: Нижневартовский государственный университет, 2019. С. 294-297.
20. Мурадова С.Р., Худжина М.В. Повышение уровня математической подготовки обучающихся основной общеобразовательной школы по разделу «Тригонометрия» в процессе внеурочной деятельности / Проблемы теории и практики обучения математике: сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «71 Герценовские чтения» / под ред. В.В. Орлова. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2018. С.147-150.
21. Настольная книга учителя математики. М.: ООО «Издательство АСТ»: ООО «Издательство Астрель», 2004.
22. Отличие внеурочной деятельности от внеклассной// Энциклопедия [Kotuch.ru](https://kotuch.ru/) [Электронный ресурс]. URL: <https://kotuch.ru/4518/chem-otlichaetsya-vneurochnaya-deyatelnost-vneklassnoj> (Дата обращения: 27.04.18г.).
23. Предшественники современной математики// под ред. С. Н. Ниро. Москва,1983г. А. Н. Тихонов, Д. П. Костомаров.
24. Приказ Министерства образования и науки РФ от 17 декабря 2010 г. N 1897 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (с изменениями и дополнениями от: 29 декабря 2014 г., 31 декабря 2015 г.) ФГОС ООО [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://fgos.ru/> (Дата обращения: 14.01.18г.).
25. Приказ Министерства образования и науки РФ от 24 декабря 2013 г. N 2506-р «Концепция развития математического образования в российской федерации» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.firo.ru/wp-content/uploads/2014/12/Concept_mathematika.pdf> (Дата обращения: 16.01.18г.).
26. Программа формирования универсальных учебных действий по математике в основной школе // А.Н. Асеева, Е.И. Парафейник, Т.А. Савченко, Л.В. Кузнецов, И.А. Шаповалова (г. Ставрополь, 2013) [Электронный ресурс]. URL: <http://school22-stv.ru/sites/default/files/programma_formirovanijaUUD.pdf> (Дата обращения: 18.01.2019).
27. Рассказы о прикладной математике//Москва, 1979г. А. В. Волошинов. Математика и искусство// Москва, 1992г. Газета Математика. Приложение к газете от 1.09.98г. 1.2.
28. Смирнова И.М. Критерии отбора содержания математических курсов по выбору // Инновационные технологии в образовании. С. 7-12.
29. Соломатин А.М. Все о внеурочной деятельности: от заблуждений – к эффективным решениям // Российская Академия наук Издательский комплекс «Наука» Издательство «Академкнига/Учебник» [Электронный ресурс]. URL: <http://gov.cap.ru/UserFiles/orgs/GrvId_121/vse_o_vneurochke.pdf> (Дата обращения: 18.01.2019).
30. Статистика основных результатов государственной итоговой аттестации по программам основного общего образования в Ханты-Мансийском автономном округе – Югре в 2018 году [Электронный ресурс] URL: http://iro86.ru (Дата обращения: 13.09.18г.).
31. Студенческая библиотека онлайн [Электронный ресурс]: История преподавания тригонометрии в школе. URL: <https://studbooks.net/> (Дата обращения: 11.01.18г.).
32. Суханова, С.Н. Изучение тригонометрии на основе деятельностного подхода и технологии дистанционного обучения как способ развития математических способностей / С.Н. Суханова: дис …. канд. пед. наук: 13.00.02. – Новокузнецк, 2002. – 179с.
33. Тимербаева Н.В., Гиммадинова М.В. К вопросу обучения тригонометрии в курсе математики средней школы / [Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU - 2016)](https://dspace.kpfu.ru/xmlui/handle/net/109303) материалы VI Международной научно-практической конференции (Казань, 25-26 ноября 2016 г.).
34. Тригонометрия с нуля: основные понятия, история // SYL.ru, 2013-2019. URL: <https://www.syl.ru/article/332318/trigonometriya-s-nulya-osnovnyie-ponyatiya-istoriya> (Дата обращения: 06.11.17г.).
35. Учебно-методическое пособие «Тригонометрия» / И. Гельфанд, С. Львовский, А. Тоом, 2002 г. Изд.: МЦНМО АО «Московские учебники».
36. Учебно-методическое пособие «Тригонометрия. Техника решения задач» М.В. Лурье; Серия: «В помощь абитуриенту», 2004 г. Издательство: УНЦ ДО.
37. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования: Приказ МО Российской Федерации № 1089 от 05.03.2004 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования».
38. Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки Российской Федерации к использованию в образовательном процессе в общеобразовательных учреждениях, на 2017/2018 учебный год.
39. Формирование универсальных учебных действий в Ф79 основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / [А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская и др.]; под ред. А. Г. Асмолова. — М.: Просвещение, 2010. — 159 с.: ил. — 18ВК 978-5-09-020588-7.
40. Хайржанова О.Н., Худжина М.В. Проектная деятельность на элективных курсах по математике как средство профессионального самоопределения старшеклассников // Традиции и инновации в образовательном пространстве России, ХМАО-Югры, НВГУ: Материалы Всероссийской научно-практической конференции (г. Нижневартовск, 26 марта 2014г.) / Отв. ред. Ю.В. Безбородова. Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. ун-та, 2014. С. 418–421.
41. Худжина М.В., Мурадова С.Р. Математический кружок как средство повышения уровня математической подготовки и развития интеллектуальных качеств личности школьника // Традиции и инновации в образовательном пространстве России: материалы VII Всероссийской научно-практической конференции (г. Нижневартовск, 21 апреля 2018года) / Отв. ред. А.А. Никифорова. Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гос. ун-та, 2018. С. 40-42.
42. Худжина М.В. Формирование личностных компетенций студентов на занятиях по дисциплине «Математика» //Среднее профессиональное образование. 2008. № 11. С.46-47.
43. Худжина М.В. Элементы теории мультипликативного интеграла в курсе математики педвуза: дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – М., 2003. – 135 с.
44. Что изучает тригонометрия // 7lafa, 2014-2019. URL: <https://7lafa.com/pageanswer.php?id=52827> (Дата обращения: 17.11.18г.).
45. Шарыгин И.Ф. Геометрия. 7-9 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений / И.Ф. Шарыгин. – 10-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2010. – 367, [1] с.: ил. ISBN 978-5-358-08045-4
46. Шестопалова Л.А. Союз математики и психологии (или методические рекомендации при изучении темы «Тригонометрия») / Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://открытыйурок.рф> (Дата обращения: 22.12.17г.).

# Приложение 1

**Методические рекомендации по созданию презентации**

Основное правило презентации: краткость и лаконичность. Краткое изложение материала по выбранной теме гарантирует докладчику успешное выступление. Тексты слайдов и доклада не должны отступать от темы выступления.

Требования к оформлению:

1. Читабельность текста со слайда. Фон должен быть светлым, а шрифт текста тёмным и крупным (минимум 28 пт).

2. Минимум текста. Набирать весь текст на слайде огромная ошибка. Внимание слушателя теряется, если вы читаете текст со слайда. Слайды должны иметь минимум текста, больше графических иллюстраций, кластеров, диаграмм и таблиц, что сделает ваше выступление более наглядным и понятным для слушателей.

3. Форматирование элементов презентации. Старайтесь выдерживать стиль презентации: соблюдать стили и размеры шрифтов, размеры и фильтры изображений, макеты таблиц и графических элементов. Выделяйте важную информацию крупным шрифтом, начертанием или цветом.

4. Грамотность докладчика. Проверяйте текст на слайдах, чтобы не допустить грамматических и орфографических ошибок. Готовьте текст выступления заранее и будьте готовы к вопросам по теме выступления.

Пример верного оформления презентации представлен на рисунках 18.1-18.4.



Рис. 18.1. Титульный лист презентации

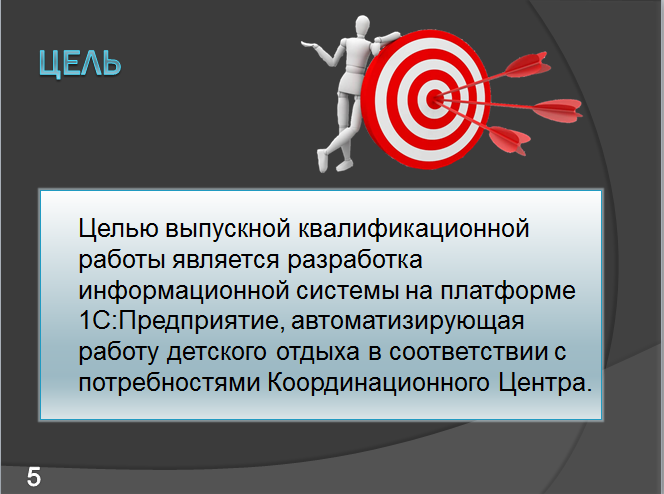


Рис. 18.2. Основной слайд презентации



Рис. 18.3. Наглядность таблиц в презентации

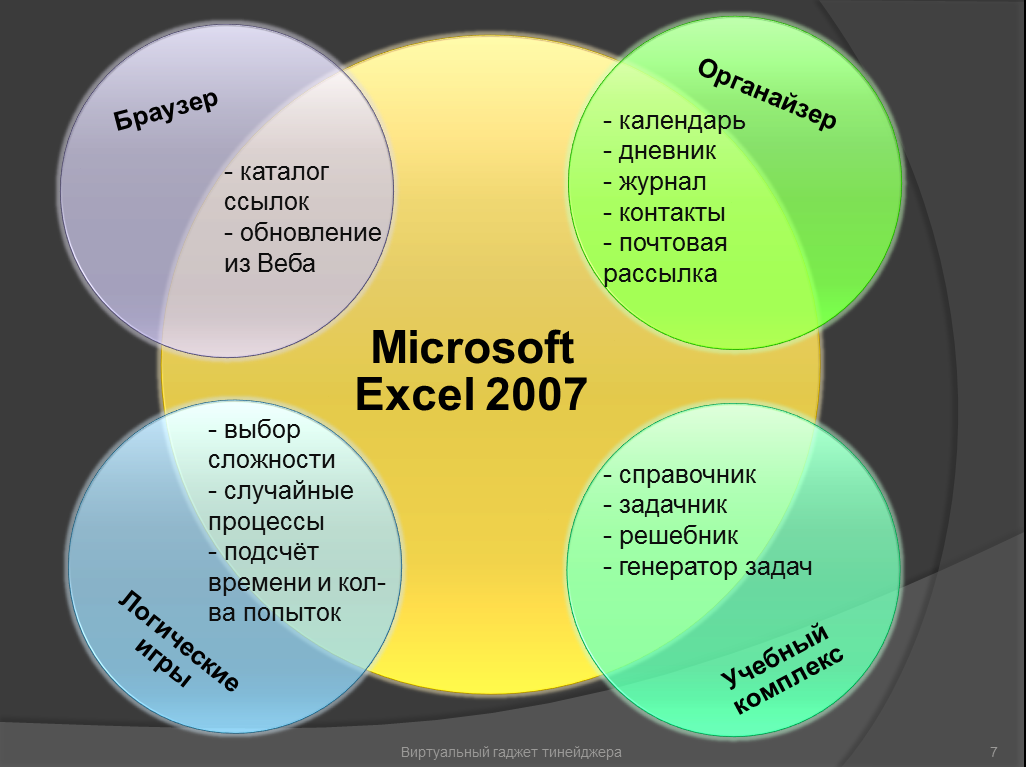


Рис. 18.4. Графические элементы в презентации

# Приложение 2

**Анкета о выявлении наиболее сложного к изучению раздела математики**

**среди обучающихся и педагогов**

**1.** Нравится ли тебе математика?

**А) Да**

**Б) Нет**

**В) Не всегда**

**2.**Считаешь ли ты математику самым сложным школьным предметом?

**А) Да**

**Б) Нет**

**В) Трудно ответить определённо**

**3.**Что тебе больше нравится решать на уроках математики?

**А) Уравнения**

**Б) Задачи**

**В) Задания на смекалку**

4. Хотел(а) бы ты в будущем выбрать профессию, связанную с математикой?

**А) Нет, не хотел (а) бы**

**Б) Да, мне бы хотелось**

**В) Затрудняюсь ответить**

5. Что из перечисленного вызывает сложности при изучении?

**А) Неравенства**

**Б) Тригонометрия**

**В) Подобие**

6. В чем Вы видите сложность к изучению в выбранном ответе на предыдущий вопрос?

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_