**Открытое внеклассное мероприятие по математике для 7,8,9 классов**

**«История развития решений квадратных уравнений»**

ГБОУ СШ №4 им.В.П.Глушко учитель математики Чернова И.И.

*Цели и задачи*:

-обобщить и систематизировать теоретические и практические знания и умения учащихся по решению квадратных уравнений;

- развивать познавательную активность;

-формировать заинтересованность в приобретении новых знаний, умение нестандартно мыслить;

-развивать навыки работы с дополнительной литературой, с ресурсами Интернета;

-способствовать формированию чувства сплоченности, солидарности и здорового соперничества.

**Ведущий:** Представим себе, что с помощью фантастической машины времени и пространства мы очутились в городе, который населяют представители различных цивилизаций: Древнего Египта, Древнего Вавилона, Древней Греции, Древней индии, Древнего Китая, Средневекового Востока, Европы. Представим себе, что мы – дети различных времен и народов – едины в одном стремлении: овладеть приемами решения уравнений, в частности квадратных уравнений. Разделим наш город условно на кварталы и представителю каждого дадим слово. Итак, слово Древнему Египту.

**Представитель египтян**. Впервые квадратное уравнение сумели решить математики Древнего Египта. В одном из математических папирусов содержится задача :

*«Найти стороны поля, имеющего форму прямоугольника, если его площадь 12, а ».*

Рассмотрим эту задачу.

Пусть х – длина поля, тогда – его ширина, – его площадь.

Составим квадратное уравнение.

.

В папирусе дано правило его решения: «Разделим 12 на ».

12: .

Итак, .

«Длина поля равна 4», - указано в папирусе.

**Ведущий**: прошли тысячелетия. В алгебру вошли отрицательные числа. Решая уравнение , мы получаем два числа: -4; 4.

Разумеется, в задаче египтян мы приняли бы , так как длина поля может быть только положительной величиной.

**Ведущий**: Слово представителям «вавилонского» квартала.

**Представители вавилонян**. Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени еще в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков, с земельными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Огромный шаг вперед по сравнению с математиками Египта сделали ученые Междуречья. Они нашли правило для решения приведенного квадратного уравнения

+

где – любые действительные числа.

В одной из вавилонских задач так же требовалось определить длину прямоугольного поля ( обозначим ее ) и его ширину (): *«Сложив длину и две ширины прямоугольного поля, получишь 14, а площадь поля 24. Найти его стороны».*

Составим систему уравнений:

Из второго уравнения находим и подставляем в первое уравнение. Имеем

Отсюда получаем квадратное уравнение .

Для его решения прибавим к выражению некоторое число, чтобы получить полный квадрат: 7

Теперь уравнение можно записать так:

=0 или

**Ведущий**: Мы пришли к квадратному уравнению, которые умели решать и египтяне. Не зная отрицательных чисел, древние математики получали . Следовательно, то есть длина поля равна 8, а ширина равна 3.

Вообще же квадратное уравнение Имеет два корня:

1. откуда

**Ведущий.** Дошедшие до нас источники свидетельствуют, что древние ученые владели какими-то общими приемами решения задач с неизвестными величинами. Правило решения квадратных уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает по-существу с современными, однако неизвестно, каким образом вавилоняне «дошли до этого». Но почти во всех найденных папирусах и клинописных текстах приводятся только задачи с решениями. Авторы лишь изредка снабжали свои числовые выкладки скупыми комментариями типа: «Смотри!», «Делай так!», «ты правильно нашел!».

**Представитель «греческого» квартала.** Я расскажу вам, как составлял и решал квадратные уравнения греческий математик Диофант. В «Арифметике» Диофант нет систематического изложения алгебры, однако в ней содержится систематизированный ряд задач, сопровождаемых объяснениями и решаемых при помощи составления уравнений разных степеней.

При составлении уравнений Диофант для упрощения решения умело выбирает неизвестные.

Рассмотрим одну из его задач.

*«Найдите два числа, зная, что их сумма равна 20, а произведение 96».*

Диофант рассуждает следующим образом:

Из условия задачи вытекает, что искомые числа не равны, так как если бы они были равны, то их произведение равнялось бы не 96, а 100. Таким образом, одно из них будет больше половины их сумму, то есть 10+, другое же меньше, то есть 10-. Разность между ними 2. Отсюда уравнение

()()=96 или

=96, =0.

для Диофанта не существует, так как греческая математика знала только положительные числа.

**Ведущий.** Задачи на составление квадратных уравнений встречаются уже в астрономическом трактате «Ариабхатиам», составленном в 449 году индийским математиком и астрономом Ариабхаттой. Другой индийский ученый Брахмагупта (VII в.) изложил общее правило решения квадратных уравнений вида : .

**Представитель «индийского» квартала.** В Древней индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. В одной из старинных индийских книг по поводу таких соревнований говорится следующее: «Как солнце блеском своим затмевает звезды, так ученый человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи». Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Приведем одну из задач знаменитого индийского математика XII века Бхаскары:

*Обезьянок резвых стая*

*Всласть поевши, развлекалась.*

*Их в квадрате часть восьмая*

*На поляне забавлялась.*

*А двенадцать по лианам…*

*Стали прыгать, повисая…*

*Сколько ж было обезьянок,*

*Ты скажи мне, в этой стае?*

Решение Бхаскары свидетельствует о том, что он знал о двузначности корней квадратных уравнений.

Соответствующее решение уравнения

Бхаскара записывает в виде и, чтобы дополнить левую часть этого уравнения до квадрата, прибавляем к обеим частям 322, получая

и .

**Ведущий.** Огромный вклад в развитие математики внесли ученые Древнего Китая.

**Представитель «китайского» квартала.** Наиболее древние из дошедших до нас китайских математических текстов относятся к концу I веке до нашей эры. Во II веке до нашей эры была написана «Математика в девяти книгах». Позднее, в VII веке, она вошла в сборник «Десять классических трактатов» , которые изучали в течение мгогих столетий. В трактате «математика в девяти книгах» объясняется. Как извлечь квадратный корень с помощью формул квадрата суммы двух чисел.

Метод получил название «тянь-юань» (буквально- «небесный элемент»)- так китайцы обозначали неизвестную величину. Впоследствии метод «тянь-юань» развили и разработали китайские алгебраисты XIII-XIV веках. (в Европе в XIX веке он стал известен как метод Руффини-Горнера).

**Ведущий.** Обратим теперь свои взоры к Средневековому Востоку. Арабские завоевания привели к распространению языка и религии арабов – ислама. Начала складываться научная традиция, основанная на античном наследии. IX – XII веках – это расцвет науки в арабоязычных странах. Арабский язык стал языком науки.

**Представитель «арабского» квартала.** Первым руководством по решению задач, получившим широкую известность, стал труд багдадского ученого IX века Мухаммеда бен Мусы аль-Хорезми. Слово «аль-джебр» из арабского названия этого трактата – «Нитаб аль-джебр валь-мукабала» ( «Книга о восстановлении и противопоставлении» - со временем превратилось в хорошо знакомое всем слово «алгебра», а само сочинение аль-Хорезми стало отправной точкой в становлении науки о решении уравнений. *Восстановлением* («аль-джебр») аль –Хорезми называл опрерацию исключения из обеих частей уравнения отрицательных членов путем добавления равных членов, но противоположных по знаку. *Противопоставление* ( «аль-мукабала») – сокращение в частях уравнения одинаковых членов.

Некий математик так выразил правило «аль-джебр» :

*При решении уравнения,*

*Если в части одной,*

*Безразлично какой,*

*Встретится член отрицательный,*

*Мы к обеим частям*

*Равный член придадим,*

*Только с знаком другим,*

*И найдем результат положительный.*

Взгляд на уравнение как на равенство грузов на весах, на обеих чашах которых можно производить одинаковые преобразования, оказался очень плодотворным. Равные количества можно не только прибавлять к обеим частям уравнения или вычитать из них. Равенство не нарушается и тогда, когда обе части умножаются или делятся на одно и то же число (разумеется, если оно не нуль). Главный принцип: если над равными количествами произвести одинаковые действия, то в результате снова получатся равные количества, стал своеобразной «волшебной палочкой», которую обнаружили вдумчивые читатели руководства аль-Хорезми. Рассмотри подробнее квадратные уравнения у аль-Хорезми.

В алгебраическом трактате аль-Хорезми дается классификация линейных и квадратных уравнений. Автор насчитывает шесть видов уравнений, выражая их следующим образом:

1. квадраты равны корням, то есть ;
2. квадраты равны числу, то есть ;
3. корни равны числу, то есть ;
4. квадраты и числа равны корням, то есть ;
5. квадраты и корни равны числу, то есть ;
6. корни и числа равны квадратам. То есть .

Для аль-Хорезми, избегавшего употребления отрицательных чисел, члены каждого из этих уравнений – слагаемы, а не вычитаемые. При этом заведомо не принимаются во внимание уравнения, у которых нет положительных решений. Автор излагает способы решения указанных уравнений, пользуясь приемами «аль-джебр» и «аль-мукабала». Его решения уравнений, конечно, не совпадают полностью с нашим ( уже не говоря о том, что они часто риторические). Следует отметить, например, что при решении неполного квадратного уравнения первого вида аль-Хорезми, как и все математики до XVII века, не учитывает нулевого решения, вероятно потому, что в конкретных практических задачах оно не имеет значения. При решении полных квадратных уравнений аль-Хорезми на частных числовых примерах излагает правила решения, а затем их геометрические доказательства. Приведем пример.

Задача*. Квадрат и число 21 равны 10 корням. Найти корень.*

Решение. Разделим пополам число корней – получишь 5, умножь 5 на само себя, от произведения отними 21, останется 4. Извлеки корень из 4 – получишь 2. Отними 2 от 5 – получишь 3, это и будет искомый корень. Или же прибавь к 5, что даст 7, это тоже есть корень.

**Ведущий**. Трактат аль-Хорезми является первой дошедшей до нас книгой, в которой систематически изложена классификация квадратных уравнений и даны формулы их решения. Трактаты аль-Хорезми были в числе первых сочинений по математике переведены в Европе с арабского на латынь. До XVI века алгебру в Европе называли искусством алгебры и макабалы. Унаследованное от восточных математиков учение о линейных и квадратных уравнениях стало основой развития алгебры в Европе.

**Представитель «европейского» квартала**. Формулы решения квадратных уравнений по образцу аль-Хорезми в Европе были впервые изложены в «Книге абака», написанной в 1202 году итальянским математиком Леонардо Фибоначчи. Этот объемистый труд, в котором отражено влияние математики как стран ислама, так и и Древней Греции, отличается и полнотой, и яркостью изложения. Автор самостоятельно разработал некоторые новые алгебраические примеры решения задач и первым в Европе подошел к введению отрицательных чисел. Его книга способствовала распространению алгебраических знаний не только в Италии, но и в Греции, Франции и других странах Европы. Многие задачи из «Книги абака» были включены почти во все европейские учебники XVI –XVII веков и частично XVIII века.

Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду

,

При всевозможных комбинациях знаков коэффициентов было сформулировано в Европе лишь в 1544 году М. Штифелем.

Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета, однако он также признавал только положительные корни. Итальянские математики Тарталья, Кардано, Бомбелли среди первых в XVI веке учитывают помимо положительных и отрицательные корни. Лишь в XVII веке, благодаря трудам Жирара, Декартье, Ньютона и других ученых, способ решения квадратного уравнения принимает современный вид.

**Ведущий.** Перейдем теперь к практической части урока. Обратимся к квадратным уравнениям, которые умели решать вавилоняне ( около 2000 лет до нашей эры). Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в клинописных текстах встречаются такие квадратные уравнения, как например

.

Зададим себе вопрос: являясь современными учениками 9-го класса, обладая запасом знаний, накопленным нашими предками, какими способами мы можем решать это уравнение?

Способы решения уравнения.

*Способ I.*

,

1, .

*Способ II.*

,

1, .

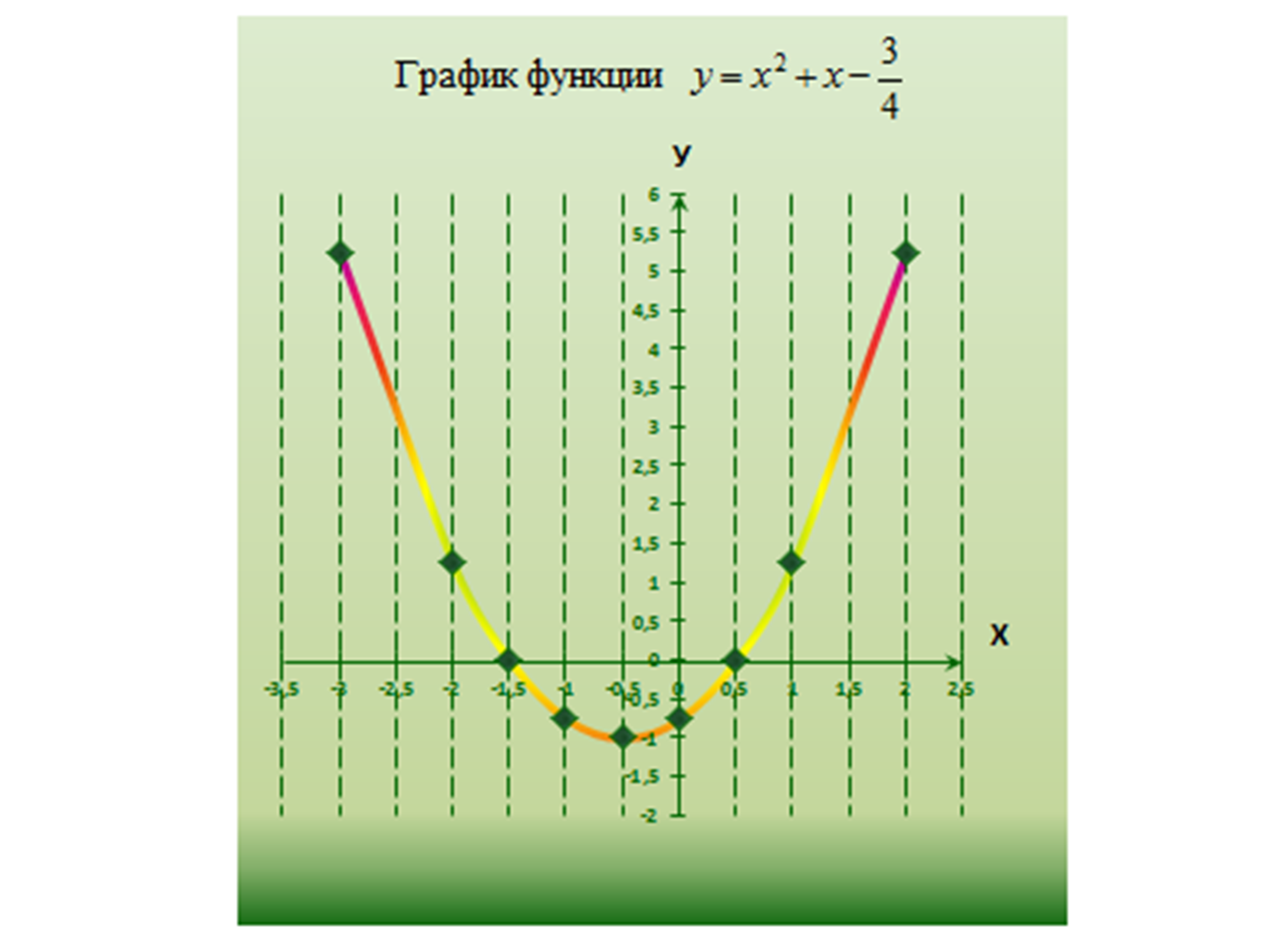
*Способ III.*

*Способ IV*.

Построим график функции

1. Графиком является парабола, ветви которой направлены вверх, так как
2. Координаты вершины параболы

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -2 | -1 | - | 0 | 1 |
|  | 1 | - | -1 | - | 1 |

****

**Ведущий**. Подведем итог сегодняшнего урока.

1. Мы сделали то. О чем в свое время говорил У. Соейр: «Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решать одну и ту же задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре различных задачи Решая одну задачу различными методами, можно путем сравнений выяснить. Какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт».
2. Еще раз убедились в том, что насколько велика роль науки, в частности математики. В развитии человеческого общества, ведь для науки нет понятий границ, наций и эпох.