

Технология проектного обучения. Проект по математике «Задачи на разрезание как геометрические головоломки».

Игуменьшева Елена Владимировна,
учитель математики МОУ «СОШ № 1»

Основная цель проектного обучения – научить детей находить решения без вмешательства взрослого. Учитель лишь мотивирует и направляет ребенка, в случае необходимости подсказывает, где найти нужную информацию.

Задачи проектного обучения:

- создавать мотивацию к обучению;
- привлекать к самостоятельной работе;
- совершенствовать познавательные, организаторские, профессиональные и другие способности учащихся;
- повышать самооценку детей;
- развивать системное, критическое и аналитическое мышление;
- учить использовать полученные знания для решения практических жизненных задач.

Для описания проектной деятельности часто используют термин «шесть „П“», обозначающий совокупность шести необходимых этапов и элементов:

– **Проблема.** С формулировки значимой проблемы (например, исследовательской или прикладной) начинается вся работа над проектом.

– **Планирование.** На этом этапе нужно определить способ решения проблемы (то есть вид итогового продукта) и форму его презентации. А также – пошагово распланировать все шаги к достижению результата, указав конкретные действия, промежуточные итоги, сроки.

– **Поиск информации.** Это исследовательская часть проекта, связанная с поиском, анализом и обобщением информации, необходимой для подготовки продукта.

– **Продукт.** Четвёртый шаг – собственно работа над созданием продукта и его оформлением.

– **Презентация.** Теперь учащимся нужно выбрать форму презентации, подготовить и провести её, а затем проанализировать и оценить результат.

– **Портфолио.** Это уже не этап, а скорее важный элемент проектной работы – отдельная папка со всеми рабочими материалами проекта (черновиками, собранной информацией, результатами исследований и так далее). Её тоже представляют на защите, чтобы можно было оценить ход работы над проектом, развитие навыков участников в процессе. А ещё эти материалы могут послужить полезным ресурсом для подготовки будущих проектов по смежным темам.

Обязательное условие создания проекта – существование четких представлений о конечном итоге деятельности.

Приведем пример конечного итога проектной деятельности на основе проекта по математике «Задачи на разрезание как геометрические головоломки».

ВВЕДЕНИЕ

Развитие сообразительности, смекалки и самостоятельности мышления необходимо любому человеку, если он желает преуспевать и достигнуть гармонии жизни. Головоломки способствует пониманию красоты и изящества рассуждений, творческому развитию личности, эстетическому воспитанию человека. Каждый культурный человек должен быть знаком с головоломками, известными уже несколько столетий или даже тысячелетий во многих странах мира.

Задачами на разрезание увлекались многие ученые с древнейших времен. Решения многих простых задач на разрезание были найдены еще древними греками, китайцами, но первый систематический трактат на эту тему принадлежит перу Абул-Вефа, знаменитого персидского астронома X века, жившего в Багдаде. Геометры всерьез занялись решением задач на разрезание фигур на наименьшее число частей и последующее составление из них той или иной новой фигуры лишь в начале XX века. Одним из основоположников этого увлекательного раздела геометрии был знаменитый составитель головоломок Генри Э. Дьюдени. Особенно большое число существовавших ранее рекордов по разрезанию фигур побил эксперт австралийского патентного бюро Гарри Линдгрэн. Он является ведущим специалистом в области разрезания фигур.

Об **актуальности** выбранной темы работы говорит и тот факт, что универсального метода решения задач на разрезание не существует, и каждый, кто берется за их решение, может в полной мере проявить свою смекалку, интуицию и способность к творческому мышлению.

Тема работы: Задачи на разрезание как геометрические головоломки.

Объект исследования: геометрические головоломки.

Предмет исследования: решение задач на разрезание.

Гипотеза исследования: эффективность решения задач на разрезание в значительной степени определяется выбором идеи, стратегии и алгоритмом решения геометрических головоломок.

Целью работы является описание, составление и решение задач на разрезание как геометрических головоломок.

Исходя из цели исследования, были сформулированы **задачи исследования:**

- ✓ провести анализ литературных источников и электронных изданий по теме исследования;
- ✓ рассмотреть основные типы задач на разрезание и показать их решение на конкретных примерах;
- ✓ составить и решить основные типы задач на разрезание или доказать, что решение невозможно;
- ✓ попрактиковаться в геометрическом исследовании и конструировании.

Методы исследования:

✓ теоретический анализ и синтез при исследовании и обобщении литературных источников, электронных изданий и ресурсов учебного назначения;

✓ восхождение от абстрактного к конкретному;

✓ моделирования при решении задач в пространстве, на плоскости, головоломок «Танграм», «Пентамино»;

✓ анализ собранных данных, полученных в результате исследования.

Новизна работы состоит в том, что при известной изученности данной темы в различных источниках я при исследовании решений задач на разрезание составила и решила собственные задачи.

Практическая значимость работы заключается в возможности использования полученных теоретических и практических знаний как основы для решения олимпиадных и занимательных задач повышенной сложности.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения. К ней прилагается список литературы.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАДАЧ НА РАЗРЕЗАНИЕ КАК ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ГОЛОВОЛОМОК.

Предмет Геометрии сам по себе настолько серьезен, что следует считать удачей всякую возможность изложить его хотя бы чуть занимательнее.

Паскаль

1.1. Из истории возникновения головоломок.

Головоломка – непростая задача, для решения которой, как правило, требуется сообразительность, а не специальные знания высокого уровня.

Некоторые головоломки известны с глубокой древности. Оригинальные логические задачи находят на стенах египетских пирамид, в древнегреческих манускриптах и в других исторических памятниках. Эпохой расцвета в средневековой истории головоломок можно считать конец IX века. Рост уровня образования и снижение религиозной нетерпимости к наукам привели к расширению круга любителей логических задач. В это время появилась и первая книга головоломок в Европе – сборник ирландского просветителя Алкуина «Задачи для развития молодого ума».

Наиболее широкое распространение головоломки получили на рубеже XIX и XX веков. Благодаря деятельности англичанина Генри Дьюдени головоломки проникли во многие периодические издания, стали популярны среди широких слоев населения.

Генри Эрнест Дьюдени родился 10 апреля 1857 г. на юге Англии, в графстве Суссекс. Дьюдени не довелось изучать математику в колледже, он был талантливым самоучкой. В 1907 г. вышла в свет первая, впоследствии неоднократно переиздававшаяся книга Г. Дьюдени «Кентерберийские

головоломки». За ней последовали «Математические развлечения» (1917), «Лучшие головоломки со всего света» (1925) и «Современные головоломки» (1926). Посмертно (Г. Дьюдени скончался 24 апреля 1930 г.) вышли еще два сборника головоломок: «Занимательные задачи и головоломки» (1931) и «Копи головоломок» (1935).

Особого искусства Г. Дьюдени достиг в решении геометрических задач на разрезание. В частности, ему удалось разрезать квадрат на четыре части, из которых можно составить равносторонний треугольник. С докладом об этой задаче Г. Дьюдени выступал перед членами Королевского математического общества.

Составление и решение головоломок было для Дьюдени не просто профессией, но и призванием, делом жизни. Если интересная идея приходила ему в голову за обедом, он мог в задумчивости рисовать геометрические фигуры прямо на скатерти. Важную роль в жизни Г. Дьюдени сыграло дружеское соперничество с другим известным мастером головоломок - американцем Сэмом Лойдом. В образовавшемся «трансатлантическом тандеме» Г. Дьюдени часто исполнял роль генератора идей, тогда как Сэм Лойд был особенно силен в «беллетризации» задач и придумывании броских названий. Лойд считается автором популярнейшей во всем мире головоломки «Пятнашки». Игра была настолько популярной, что некоторые работодатели вынуждены были издать приказ о запрете приносить её на работу.

Следующим толчком в развитии головоломок стало изобретение в 1974 году венгром Эрнё Рубиком знаменитого кубика. Кубик Рубика стал не только игрушкой, но и объектом исследований математиков и инженеров.

Современная индустрия головоломок стремительно развивается. Постоянно на рынке появляются новые игры, конструкции и издания, призванные держать интеллект человека в тонусе, развивать логику, тренировать нестандартное мышление и повышать интеллектуальный уровень в целом.

С 1992 года проводятся чемпионаты мира по пазлспорту – интеллектуальному виду состязаний, в котором участники соревнуются в скоростном решении головоломок на бумаге.

В России и странах бывшего СССР известны Сергей Грабарчук - старший, Анатолий Калинин, Владимир Красноухов, Леонид Мочалов, как создатели механических головоломок, а также Андрей Богданов, Борис Кордемский, Ольга Леонтьева, Яков Перельман, Владимир Португалов, Михаил Хотинер, как авторы головоломок на бумаге.

Головоломки обладают бесконечным разнообразием, их трудно разделить на классы. Прежде существуют старинные головоломки, рассчитанные на игру фантазии и воображения.

Следующий класс – это буквенные головоломки, основанные на некоторых особенностях соответствующего языка, таких, как анаграммы, акrostихи, кроссворды и шарады, палиндромы. Потом идут арифметические головоломки, огромный, полный разнообразия класс: от задач, имеющих простое решение, до глубочайших проблем из элегантной области теории чисел.

Также имеются геометрические головоломки, любимой и очень древней ветвью которых, служат задачи на разрезание. О задачах на разрезание как о геометрических головоломках далее и пойдет речь.

1.2. Задачи на разрезание.

1.2.1. Задачи на клетчатой бумаге.

Квадрат содержит 16 клеток. Разделите квадрат на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. Способы разрезания квадрата на две части будем считать различными, если части квадрата, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе. Сколько всего решений имеет задача?

Найти несколько решений этой задачи не так уж сложно. Но найти все решения и, ни одно решение не потерять уже труднее.

Заметим, что ломаная, делящая квадрат на две равные части, симметрична относительно центра квадрата. Это наблюдение позволяет шаг за шагом рисовать ломаную с двух концов. Например, если начало ломаной в точке А, то конец ее будет в точке В (рис.1). При построении ломаной, чтобы не потерять какое-либо решение, нужно придерживаться правила: если следующее звено ломаной можно нарисовать двумя способами, то сначала нужно заготовить второй такой же рисунок и выполнить этот шаг на одном рисунке первым, а на другом вторым способом (на рис.2 показаны два продолжения рис.1а). Аналогично нужно поступать, когда способов не два, а три (на рис.3 показаны три продолжения рис.1б). Указанный порядок действий помогает найти все решения.

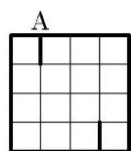


рис. 1 а)

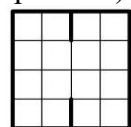


рис. 1 б)

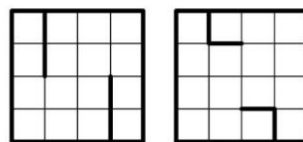


рис. 2

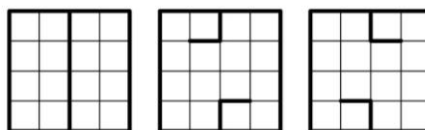


рис. 3

1.2.2. Танграм

В задачах на разрезание, нельзя не упомянуть о древней китайской головоломке Танграм, возникшей в Китае 4 тыс. лет назад. Существует целый ряд версий и гипотез возникновения игры “Танграм”. По одной из версий: более 4000 тысяч лет назад у одного человека из рук выпала фарфоровая плитка и разбилась на семь частей. Расстроенный, он в спешке старался ее сложить, но каждый раз получал все новые интересные изображения. Это занятие оказалось настолько увлекательным, что впоследствии квадрат, составленный из семи геометрических фигур, называли Доской Мудрости.

Буквально слово танграм означает «семь дощечек мастерства». Танграм – головоломка, состоящая из семи танов (плоских геометрических фигур), полученных делением квадрата на семь частей – два больших, два маленьких и один средний треугольник, один квадрат и один параллелограмм (рис. 4).

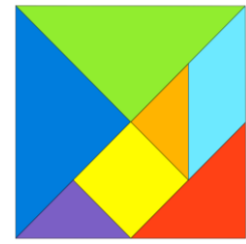


рис. 4

Фигуры складывают определенным образом для получения другой, более сложной, фигуры (изображающей человека, животное, предмет домашнего обихода, букву или цифру и т. д.). При решении головоломки требуется соблюдать два условия: первое – необходимо использовать все семь фигур танграма, и второе – фигуры не должны перекрываться между собой.

1.2.3. Разбиение плоскости

Пусть имеется неограниченный запас прямоугольных плиток размером 2×1 , нужно выложить ими пол прямоугольной формы 5×6 , причем никакие две плитки не должны перекрываться.

Ясно, что если пол в прямоугольной комнате $p \times q$ выложен плитками 2×1 , то $p \cdot q$ четно (так как площадь делится на 2). И обратно: если $p \cdot q$ четно, то пол можно выложить плитками 2×1 .

Действительно, в этом случае одно из чисел p или q должно быть четно. Если, например, $p = 2r$, то пол можно выложить так, как показано на рис. 5. Но в таких паркетах есть линии разрыва, которые пересекают всю комнату от стены до стены, но не пересекают плитки. А на практике используются паркеты без таких линий – сплошные паркеты.

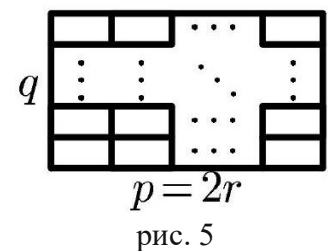


рис. 5

Один из наиболее важных вопросов теории разбиения плоскости: какой формы должна быть плитка, чтобы ее копиями можно было покрыть плоскость без пробелов и двойных покрытий? Очевидные формы: правильный треугольник, квадрат и шестиугольник (рис. 6).

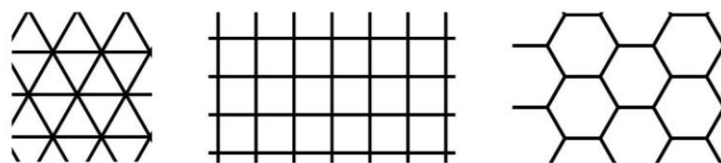


рис. 6

Можно покрывать плоскость и другими фигурами.

1.2.4. Пентамино

“Пентамино” – одна из самых популярных мировых головоломок. Запатентовал головоломку “Pentomino” Соломон Вольф Голомб, житель Балтимора, математик и инженер, профессор университета Южная Калифорния. Игра состоит из плоских фигур, каждая из которых состоит из пяти одинаковых квадратов, соединённых между собой сторонами, отсюда и название.

Существуют еще версия головоломок Тетрамино, состоящие из четырех квадратов, от этой игры и произошел известный Тетрис.

Набор “Пентамино” состоит из 12 фигурок (рис. 7). Каждая фигура обозначается латинской буквой, форму которой она напоминает. При решении задач и головоломок фигурки можно вертеть и переворачивать.

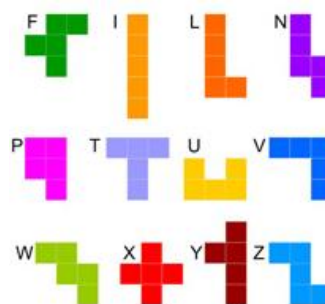


рис. 7

Самая распространённая задача – сложить из всех фигурок прямоугольник (рис. 8). Поскольку каждая из 12 фигур включает в себя 5 квадратов, то прямоугольник должен быть площадью 60 единичных квадратов. Возможны прямоугольники 6×10 , 5×12 , 4×15 и 3×20 . Вариантов укладок прямоугольников множество, например, для прямоугольника 6×10 существует ровно 2339 различных способов, не считая отражения и переворотов.

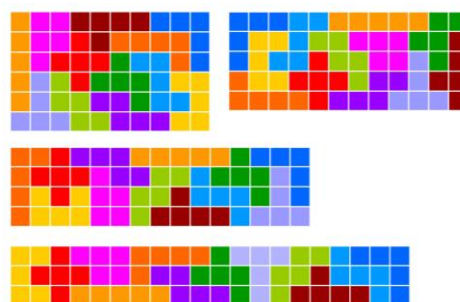


рис. 8

Еще одна классическая задача – задача об утроении, придуманная Робинсоном и Таккером. Выбрав один из элементов пентамино, нужно с помощью девяти из оставшихся построить подобную большую фигуру. Фигура должна получиться в три раза выше и шире, чем образец (рис. 9).

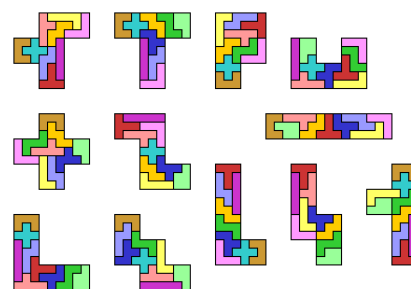


рис. 9

Пентамино может использоваться как настольная игра для игроков (рис. 10).

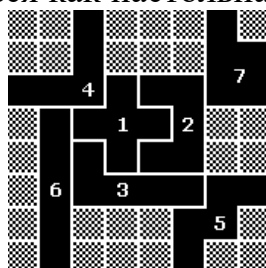


рис. 10

1.2.6. Задачи на раскраску.

Многие задачи на разрезание помогает решать раскраска. С помощью удачно выбранной раскраски (например, раскраска в шахматном порядке) можно доказывать, что некоторые задачи на разрезание не имеют решений.

Например, возьмем квадрат клетчатой бумаги размером 8×8 иотрежем от него две клетки (левую нижнюю и правую верхнюю). Узнаем, можно ли полученную фигуру полностью покрыть доминошками прямоугольниками 1×2 ? Рассмотрим шахматную доску 8×8 , уберем две черные клетки – левую нижнюю и правую верхнюю (рис.11). Каждая доминошка покрывает одну белую и одну черную клетку. Фигура, которую можно покрыть доминошками, должна содержать белых и черных клеток поровну. В нашей же фигуре белых клеток больше, чем черных.

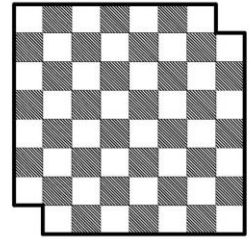


рис.11

Ответ: невозможно

1.2.5. Задачи на разрезание в пространстве.

У Буратино была бумага, с одной стороны оклеенная полиэтиленом. Он сделал заготовку, изображенную на рис.1, чтобы из нее клеить пакеты для молока (треугольные пирамиды). Узнаем, а лиса Алиса может сделать другую заготовку. Если да, то какую?

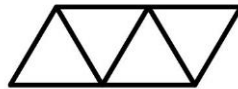


рис. 12

Разрежем треугольную пирамиду другим способом, развернем и получим, например, заготовка, изображенная на рис. 13

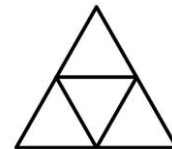


рис. 13

ГЛАВА 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА РАЗРЕЗАНИЕ.

2.1. Решение задач на клетчатой бумаге.

Задача 1. Разделите фигуру (рис. 14) на четыре равные части так, чтобы линии разрезов шли по сторонам квадратов. Найдите как можно больше решений.

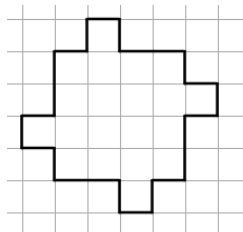


рис. 14

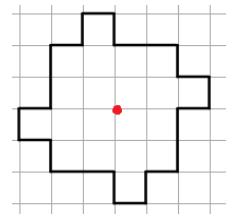


рис. 15

Решение:

Самое главное при решении любой задачи – это увидеть основную идею, заложенную в условии. Заметим, что данная фигура имеет центр симметрии

(рис. 15). Далее разрабатываем стратегию решения. Учитываем, что каждая часть будет содержать при разрезании по 5 клеток. После этого можно разрезать фигуру, как показано на рис. 16, 17.

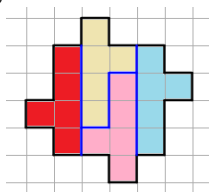
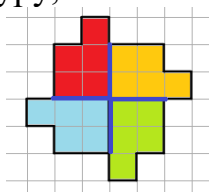


рис. 16

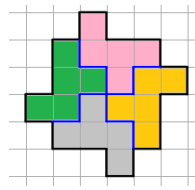
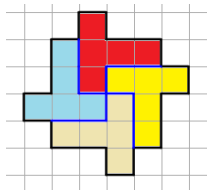
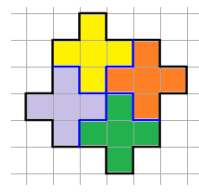


рис. 17

Задача 2.

- Разделите фигуру, изображенную на рисунке на 18 на 6 одинаковых фигурок.
- Разделите фигуру, изображенную на рисунке 19 на 2 одинаковые фигурки.

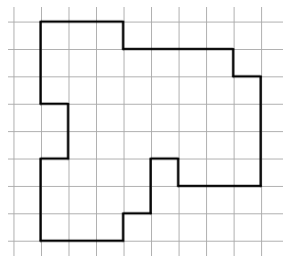


рис. 18

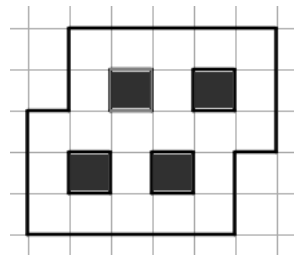


рис. 19

Решение:

В данной задаче можно увидеть идею решения. Разрезания имеют форму букв алфавита. Решение задачи показано на рисунках 20 и 21.

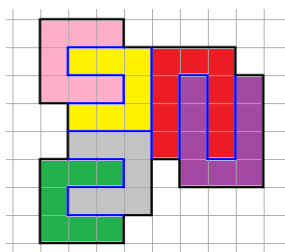


рис. 20

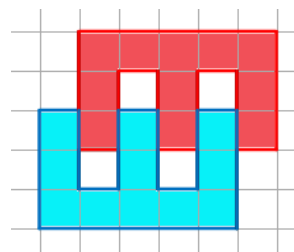


рис. 21

2.2. Головоломка Танграм.

При решении задач нужно соблюдать два условия:

- использовать все семь фигур «Танграма»;
- фигуры не должны перекрываться между собой.

Задача 3. Составьте из частей головоломки «Танграм» фигуру, изображенную на рисунке 22.

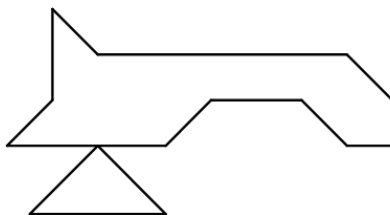


рис. 22

Решение:

Главная идея задачи – составление геометрической конструкции. Используя семь частей головоломки, а именно, два больших треугольника, два маленьких и один средний треугольник, один квадрат и один параллелограмм и располагая их различным образом, составим фигуру «Гусь», получим (рис. 23).

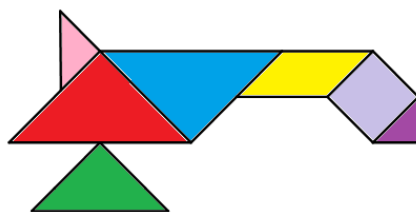


рис. 23

Задача 4.

Составьте из частей головоломки «Танграм» фигуру, изображенную на рисунке 24.

Переставьте 4 детали местами так, чтобы получилась точно такая же фигура.

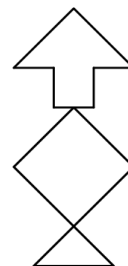


рис. 24

Решение.

Замечаем, что квадрат и средний треугольник устанавливаем в первую очередь, затем размещаем большие треугольники. Устанавливаем параллелограмм, тогда видно, что остаются два маленьких треугольника. Размещаем их, и фигурка человечка сложена (рис. 25).

Теперь переставим 4 детали местами так, чтобы получилась точно такая же фигура. Возможен вариант, показанный на рисунке 26, а именно, меняем параллелограмм, два маленьких треугольника и один большой желтый треугольник. В результате получаем точно такую же фигуру.

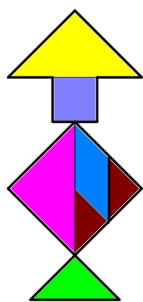


рис. 25

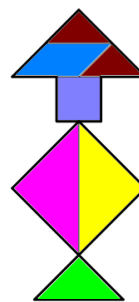


рис. 26

2.3. Решение задачи на разбиение плоскости

В задачах этого типа нужно покрывать плоскость различными фигурами или доказывать что это невозможно, а также составлять паркетажи.

Задача 5.

Начертите квадрат со стороной 4 см. С помощью разрезания:

- разделите квадрат на 8 равных прямоугольников;
- разделите квадрат на маленькие треугольники так, чтобы в каждом прямоугольнике оказалось 9 треугольников;
- составьте прямоугольник размером 2×8 .

Решение:

Начертим квадрат со стороной 4 см (рис. 27). Проведем 7 отрезков, как показано на рисунке 28, тогда квадрат разделится на 8 равных прямоугольников.

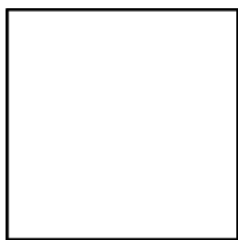


рис. 27

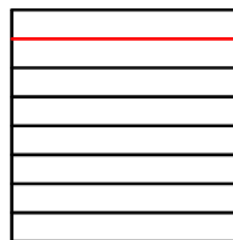


рис. 28

Проведем по 7 параллельных линий (показано на рис. 29 красным цветом), получим, что в каждом прямоугольнике содержится по 9 треугольников.

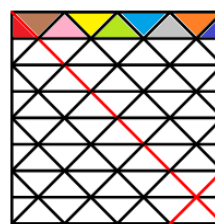


рис. 29

Затем разрежем фигуру как показано на рисунке 30. Верхнюю часть фигуры оставим на месте, а нижнюю часть присоединим, справа к верхней части. Получим прямоугольник размером 2×8 (рис. 31).

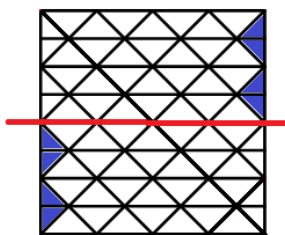


рис. 30

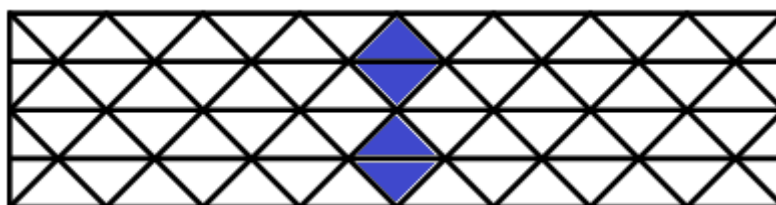


рис. 31

Таким, образом, мы замостили плоскость прямоугольника размером 2×8 треугольниками.

2.4. Головоломка «Пентамино».

При решении задач фигурки «Пентамино» можно вертеть и переворачивать.

Задача 6. Составить из фигурок «Пентамино» прямоугольник размером 3×10 (рис. 32).



рис. 32

Решение.

Отметим, что идея решения такова, что при размещении фигурок по стороне 3 нужно взять фигурку со стороной 3 или фигуры, у которых в сумме длина три. Таким же образом и по стороне 10. Несколько решений этой задачи представлено на рисунке 33.

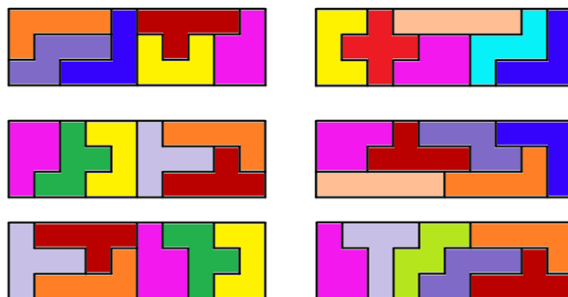


рис. 33

2.5. Решение задачи на раскраску.

Многие задачи на разрезание помогает решать раскраска.

Задача 7.

В каждой клетке квадрата 7×7 сидит муха (рис. 34). По команде каждая муха перелетает на одну из соседних по стороне клеток. Может ли после этого оказаться так, что в каждой клетке снова будет сидеть ровно одна муха?

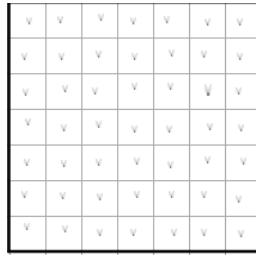


рис. 34

Решение.

Раскрасим клетки квадрата в шахматном порядке (рис. 35).

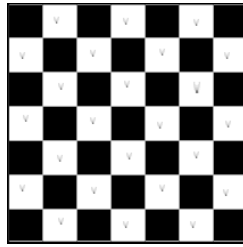


рис. 35

Черных клеток получилось 25, а белых 24. По условию задачи, каждая муха, сидящая на белой клетке, перелетает на черную клетку, а каждая муха, сидящая на черной клетке, перелетает на белую клетку.

Основная идея: рассмотреть два варианта решения, то есть, когда мухи перелетают с белых клеток на черные или с черных клеток на белые.

Предположим, что 24 мухи, сидящие на черных клетках, перелетят каждая на свою белую клетку. Но 25-й мухе, сидящей на черной клетке, белой клетки не достанется, так как их всего 24, поэтому в какой-то белой клетке будут сидеть две мухи.

Одна черная клетка обязательно останется свободной, так как даже если предположить, что 24 мухи, сидящие на белых клетках, перелетят каждая на свою черную клетку, то они займут 24 клетки, а 25-я черная клетка останется свободной.

2.6. Решение задачи на разрезание в пространстве.

В задачах на разрезание в пространстве я познакомилась с объемными фигурами: куб, прямоугольный параллелепипед, конус, цилиндр, треугольная пирамида.

Задача 8.

Торт круглой формы прямолинейными разрезами разделите на 8 одинаковых частей (рис. 36).

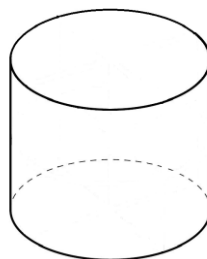


рис. 36

Решение:

Основная идея задачи – рассмотреть варианты вертикальных прямолинейных разрезов и горизонтальных.

Разрезаем торт одним разрезом через центр вертикально и тремя горизонтальными разрезами (рис. 37). На рисунке 38 показано разрезание двумя вертикальными разрезами через центр и одним горизонтальным. Торт можно разрезать и тремя вертикальными разрезами через центр (рис. 39).

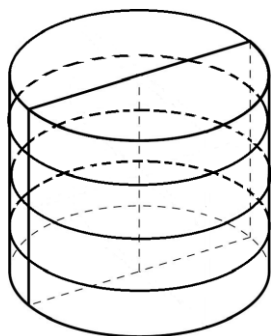


рис. 37

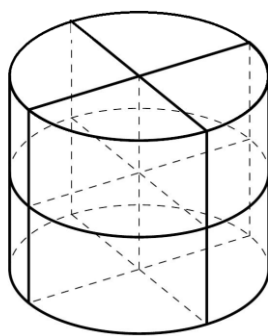


рис. 38

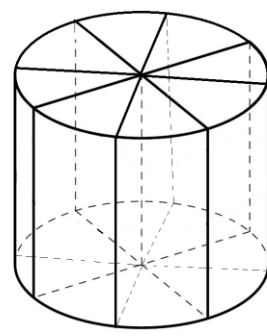


рис. 39

Таким образом, в ходе практической реализации исследования было выяснено, что для решения любой задачи необходимо увидеть идею, разработать стратегию решения задачи и составить алгоритм решения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мир – загадочен. В самом деле, нельзя отрицать того факта, что вокруг нас множество загадок. С какими-то из них человеческий разум справился, а о каких-то можно смело сказать, что они ждут еще своего разрешения.

Решение настоящей головоломки требует напряжения ума и изобретательности, при ее решении бесспорную помощь оказывают математические познания и некоторое знакомство с логикой, но все же, порой случается, что гораздо существеннее природная сообразительность и смекалка.

В решении головоломок есть реальная польза. Они держат на чеку ум, стимулируют воображение и развивают умение рассуждать. Порою головоломки помогают нам, сообщая какие-то трюки и «хитрости», которые могут пригодиться в жизни в совершенно неожиданные моменты и совершенно непредвиденным образом.

Задачи на разрезание – любимая и очень древняя ветвь геометрических головоломок.

В ходе данного исследования:

- ✓ проведен анализ литературных источников и электронных изданий по теории изучаемого вопроса;
- ✓ выявлен факт существования различных способов решения задачи;

✓ рассмотрены задачи на разрезание различных типов: на клетчатой бумаге, «Танграм», задачи на раскраску и в пространстве, задачи на разбиение плоскости, «Пентамино»;

✓ составлены и решены задачи на разрезание;

✓ рассмотрены различные приемы геометрического исследования и конструирования.

Таким образом, гипотеза о том, что, эффективность решения задач на разрезание в значительной степени определяется выбором идеи, стратегии и алгоритмом решения геометрических головоломок, подтверждена.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боровских, А.В. Узлы в школе. Уроки развития пространственного мышления. [Текст]/А.В.Боровских, Э.Г. Рейхани, Н.Х.Розов. – М.: «Книжный дом», 2007.
2. Воеводина, К.К. Комбинаторика для начинающих. [Текст]/К.К.Воеводина, Г.П.Кукин. – Омск, 1993 г. - 101 с.
3. Дьюдени, Г. Э. 520 головоломок. [Текст]/Сост. и ред. амер. изд. М. Гарднер. Пер. с англ. Ю. Н. Сударева. - М.: "Мир", 1975. 342 с. с илл.
4. Дьюдени, Г. Э. 200 знаменитых головоломок мира. [Текст]/ Пер. с англ. Ю. Н. Сударева. - М.: ООО «Фирма «Издательство АСТ», 1999. – 352 с.: ил.
5. Дышинский, Е.А. Игротека математического кружка [Текст]: пособие для учителя/Е.А.Дышинский – М.: Просвещение, 1972. - 144 с.
6. Екимова, М.А. Задачи на разрезание. [Текст]/ М.А.Екимова, Г.П.Кукин, издание второе, стереотипное. – М.: МЦНМО, 2005 - 120 с.
7. Ерганжиева, Л.Н. Наглядная геометрия. [Текст]: учебное пособие 5-6 кл./ Л.Н. Ерганжиева, И.Ф. Шарыгин – М.: Мир, 2000г. – 187 с.
8. Заславский, А.К. Паркеты и разрезания. [Текст]/ А.К.Заславский//Квант. - 1999 г. № 2. – С. 32-33.
9. Игнатъев, Е.И. В царстве смекалки, или Арифметика для всех. [Текст]/Е.И.Игнатъев. - Ростов-на-Дону: Кн. изд-во, 1995.
10. Линдгрэн, Г. Занимательные задачи на разрезание. [Текст]/Г.Линдгрэн. - М.: Мир, 1977.
11. Мочалов, Л.П. Головоломки. [Текст]/Л.П.Мочалов. - М.: Наука, 1980.
12. Перельман, Я.И. Занимательная геометрия. [Текст]/Я.И.Перельман. – Екатеринбург, Тезис, 1994.
13. Спивак, А.В. Математический кружок. [Текст]/А.В.Спивак. - М.: МГУ, 2001.
14. Фарков, А.В. Математические олимпиады в школе. 5-11 класс. [Текст]/А.В.Фарков. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Айрис-пресс, 2004. - 176 с.
15. Гарднер, М. Математические досуги. [Текст]/М.Гарднер – М.: Мир, 2000 г.