МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ НИЖЕГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«ДЗЕРЖИНСКИЙ ХИМИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ ИМЕНИ КРАСНОЙ АРМИИ»

Методическая разработка урока
на тему: «Решение практико-ориентированных задач на оптимизацию с применением производной»

Дисциплина: Математика

Специальность:

15.02.12 «Монтаж, техническое обслуживание и ремонт промышленного оборудования (по отраслям)»

Курс 1

НАПРАВЛЕНИЕ: ЗАНЯТИЕ (УРОК) ПО ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫМ И ТЕХНИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ

Автор:
преподаватель математики
Соловьева Алла Вячеславовна

Дзержинск, 2024 г.

Пояснительная записка

Тема «Решение практико-ориентированных задач на оптимизацию с применением производной» изучается на первом курсе в рамках рабочей программы учебной дисциплины ОД.07 «Математика» в разделе алгебры и начал анализа “Производная и ее применение”. Является одной из самых сложных в математическом анализе для восприятия обучающимся, так как необходимо представить изложенную ситуацию задачи в виде математической модели. В связи с широкой практической направленностью она является актуальной и способствует расширению представлений обучающихся о применении математических знаний в реальной жизни.

Использование экстремальных задач при изучении математики оправдано тем, что они закладывают понимание того, как человек ищет, постоянно добивается решения жизненных задач, чтобы получающиеся результаты его деятельности были как можно лучше. Экстремальные задачи помогают обучающимся познакомиться с некоторыми идеями и прикладными методами курса математики, которые часто применяются в трудовой деятельности.

Основной дидактической задачей занятия является формирование умений у обучающихся по созданию математической модели к текстовым задачам практико-ориентированного содержания.

Занятие разработано с акцентом на самостоятельную работу обучающихся, способствует повышению мотивации обучающихся к профессиональному обучению, развитию коммуникативных навыков, стимулирует умственную деятельность и повышает познавательный интерес обучающихся.

Предлагаемые методы и приемы в методической разработке реализуют практико-ориентированный подход в обучении, способствующий сформированию у обучающихся общих и профессиональных компетенций.

Согласно календарно-тематическому плану изучению данной темы отводится 2 часа.

На занятии присутствуют здоровьесберегающие элементы, выражающиеся в смене видов деятельности.

В ходе занятия создаются условия для выдвижения версий и идей как в индивидуальной, так и в групповой деятельности.

На учебном занятии предполагается использование раздаточного материала, цифровых образовательных ресурсов на различных этапах учебного занятия, что создает условия для успешного решения дидактических задач.

Преподаватель математики: Соловьева Алла Вячеславовна

Дисциплина: Математика

Группа: М12

Тема учебного занятия: «Решение практико-ориентированных задач на оптимизацию с применением производной»

Тип учебного занятия: Урок изучения нового материала

Время проведения: 90 минут

Цель учебного занятия: организовать деятельность обучающихся по изучению практического приложения производной при решении оптимизационных задач профессиональной направленности.

Задачи учебного занятия:

Образовательные:

– повторить алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции;

– сформировать алгоритм решения текстовых задач на оптимизацию;

– сформировать умения составления математической модели текстовой задачи;

– обеспечить усвоение алгоритма решения задач на нахождение экстремальных значений;

– углубление и расширение знаний учащихся по теме «Применение производной функции» для применения в практической деятельности;

– формирование навыков функционально-графического представления для решения прикладных задач.

Развивающие:

– обеспечить развитие интереса к предмету.

– продолжить развитие навыков самостоятельной работы и работы в группе;

– продолжить развитие умения анализировать задачу и находить способы решения, обобщать и систематизировать полученные знания и умения;

Воспитательные:

– обоснование значения математики как языка для построения математических моделей процессов и явлений окружающего мира

– формировать навыки творческой и самостоятельной работы;

– воспитать настойчивость в достижении цели, установку на самообразование, самовоспитание, точную исполнительность, творческое отношение к деятельности;

– создать условия, обеспечивающие формирование у студентов умение слушать и вступать в диалог; участвовать в обсуждении проблем;

– формировать коммуникативную компетенцию студентов;

– создать условия, обеспечивающие формирование у обучающихся навыков самоконтроля.

Технологии:

– личностно-ориентированного обучения;

– информационно-коммуникативные;

– развивающего обучения.

Методы и приемы.

– По способу приобретенных знаний – словесные, наглядные, практические.

– По уровню познавательной активности – проблемные, частично-поисковые, проверка уровня теоретических знаний, решение учебных задач.

Формы работы: фронтальная, групповая, индивидуальная.

Средства обучения: диалогическая и монологическая речь преподавателя и обучающихся, классная доска, цветной мел, тетради, компьютер, монитор, презентация в PP, ЦОР - LeamingApps.org (для создания интерактивных упражнений), система тестирования onlinetestpad (все ресурсы авторские).

Планируемые результаты.

Предметные: научатся составлять математическую модель к текстовой задаче в виде функции, исследовать составленную модель на наибольшее (наименьшее) значения, применять производную при решении практико-ориентированных задач.

Метапредметные:

познавательные – самостоятельно приобретать новые знания; строить логические рассуждения;

регулятивные – владеть навыками планирования, самоконтроля и оценки результатов своей деятельности; принимать познавательную цель и сохранять ее при выполнении учебных действий;

коммуникативные - организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с преподавателем и сверстниками.

Личностные: формирование ценностного отношения к результатам обучения; развитие ответственности.

Оборудование: презентация Power Point, монитор, раздаточный материал (карточки, текстовый материал, таблицы).

Структура занятия

I. Мотивационно-ориентировочная часть.

1. Актуализация имеющихся знаний и умений учащихся (устное и письменное решение опорных задач).
2. Обобщение и систематизация опорных знаний.
3. Мотивация.
4. Постановка учебной задачи (мотивационная проблемная задача).

II. Операционно-познавательная часть.

1. Моделирование (обсуждение схемы решения задачи в группах, затем – фронтально).
2. Решение учебно-познавательной задачи.
3. Осознание общего способа действий.
4. Применение.

III. Рефлексивно-оценочная часть.

1. Подведение итога занятия.
2. Самооценка усвоения материала.
3. Планирование дальнейшей деятельности в изучении темы.
4. Задание на дом.

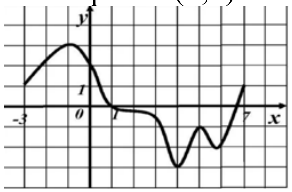
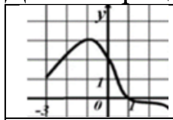
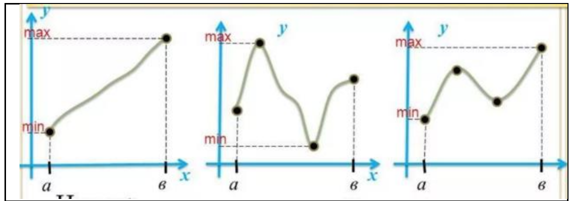
Технологическая карта

Наименование, содержание, цель этапа урока	Деятельность педагога	Деятельность учащихся			Результат
		Познавательная	Регулятивная	Коммуникативная	
Целеполагание	Создает положительную мотивацию через практическую задачу, подводит к необходимости научиться решать задачи нового типа, к формулировке учебной задачи.	П Делают вывод о недостатке знаний по теме. Участвуют в формулировке учебной задачи.	Р Принимают познавательную цель.	К Планируют учебное взаимодействие с преподавателем и одногруппниками.	Формулируют тему и цель занятия.
Актуализация	Организует повторение необходимых знаний для решения поставленной учебной задачи в форме фронтальной работы: устный опрос, письменный опрос, онлайн тестирование на платформе onlinetestpad (автор теста Соловьева А.В.)	Отвечают на вопросы, проверяют правильность выполнения, представляют решения, решают у доски, демонстрируют, на сколько готовы к восприятию нового материала.	Оценивают правильность своих учебных действий и действий своих одногруппников.	Организуют совместную деятельность по повторению опорного материала.	Владеют опорным материалом для решения задач нового типа.
Изучение нового материала	Обеспечивает студентов необходимым материалом по формированию новых знаний. Организует работу групп. Организует работу по открытию новых знаний. Подводит к формулировке алгоритма решения задач на оптимизации.	Отвечают на вопросы. Выстраивают гипотезы, как найти решение. Выделяют последовательнос ть действий при	Принимают участие в разрешении проблемной ситуации. Сохраняют познавательную цель.	Взаимодействуют с преподавателем и одногруппниками по разрешению проблемной ситуации. Делятся суждениями, принимают верные	Планируют решение учебной задачи. Формулируют алгоритм решения типичных задач. Выделяют последовательност

		решении мотивационной задачи. Формулируют алгоритм.		и отвергают с обоснованиями неверные.	ь действий при решении практических задач.
Первичное закрепление	Предлагает задания разного уровня сложности.	Выполняют задания по алгоритму. Демонстрируют решения на доске. Систематизируют полученные знания. Делают обобщения.	Применяют алгоритм. Выстраивают математическую модель. Обнаруживают возможность применения производной. Планируют свою деятельность для достижения цели. Контролируют промежуточные результаты для достижения результата.	Взаимодействую друг с другом. Анализируют подходы к решениям. Учатся приходить к единогласию. Учатся отстаивать свою позицию.	Умеют переводить ситуационную задачу на математический язык. Умеют исследовать математическую модель. Осознают и осмысливают алгоритм решения практических задач на оптимизацию. Разрешили учебную задачу, поставленную в начале урока.
Проверка усвоения	Организует первичный контроль усвоения посредством использования ЦОР на платформе LeamingApps.org (автор интерактивных упражнений Соловьева А.В.), оценку достижений, выявляет типичные ошибки, намечает пути по ликвидации пробелов в знаниях и умениях.	Самоконтроль при выполнении самостоятельной работы.	Прогнозируют последовательность действий. Корректируют решения на основе анализа.	Умеют сотрудничать в команде.	Умеют действовать по алгоритму, выполнять самоконтроль.

Подведение итогов	Подводит итог занятия. Оценивает работу учащихся.	Выставляют отметку своей работе согласно критериям. Делают вывод о достигнутых целях.	Умеют вносить коррективы в действия на основе оценки и учета характера сделанных ошибок.	Способны к самооценке на основе критерия успешности учебной деятельности.	Умеют критически мыслить и корректировать свои знания и действия.
Выдача домашнего задания	Выдает домашнее задание разного уровня сложности согласно достигнутым результатам на занятии. Дает инструкцию по его выполнению.	Записывают домашнее задание.	Умеют выполнять задания по плану.	Готовы взаимодействовать и во внеурочное время, давать консультации, оказывать помощь.	Готовы к выполнению домашней работы, повторению пройденного материала и его закреплению.

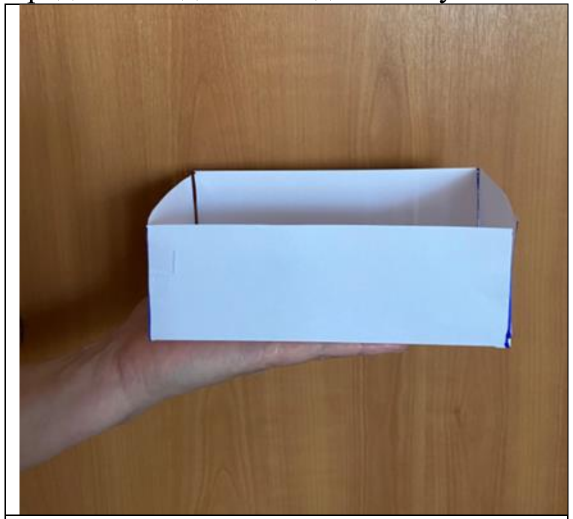
Ход занятия

Этап занятия	Обоснование деятельности преподавателя	Обоснование деятельности учащихся
	I. Мотивационно-ориентировочная часть	
1. Актуализация знаний, умений и навыков При изучении темы «Применение производной функции» вы научились наибольшее и наименьшее значения функции с помощью производной. Вспомним изученное ранее. 1.1 Устно (фронтальная работа). Задача 1. (исследование по графику функции). Функция задана на отрезке $[-3; 7]$. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции: а) на интервале (-3;1); б) на отрезке $[-3; 5]$; в) на отрезке $[3; 7]$; г) на интервале (5;7).  1.2 Онлайн тестирование (индивидуальная работа) Ссылка на онлайн тестирование https://onlinetestpad.com/nenb24kdejxz6 ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Одновременно с заданием 1.2 четыре ученика выполняют письменное задание 1.3 на оборотных досках. 1.3 Индивидуальная работа	Перед онлайн тестированием: повторяем опорный материал (визуализация на экране Рис.1,2): демонстрируем чертежи, организуем фронтальную работу с группой. Осуществляет контроль над деятельностью учащихся, направляет ее. В ходе устного опроса повторяем типы задач: • функция может принимать наибольшее и наименьшее значения на концах отрезка и внутри промежутка в критических точках; • если функция задана на интервале и имеет единственную точку экстремума, то наибольшее (наименьшее) значение функция достигает в ней. Демонстрация на слайде  Рис.1 Функция задана на интервале  Рис.2 Функция задана на отрезке	Повторяют опорные задачи на нахождение производной и ее применение. Решают тестовые задачи по готовым чертежам. Выделяют два способа нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции: – по графику; – аналитически с помощью производной. Онлайн тест – нестандартная форма выдачи задания повышает мотивацию, усиливает интерес обучающихся. Тест выполняют на мобильном телефоне. В режиме реального времени получают обратную связь.

По окончании решения - взаимная проверка по готовым решениям; выявление ошибок; выявление типа задачи. В ходе проверки повторяется алгоритм исследования на наибольшее и наименьшее значение функции с помощью производной. <u>Задание 1.3</u> Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке (варианты 1-2). Найти наибольшее (или наименьшее) значение функции, заданной на интервале (варианты 3-4). <u>1 вариант:</u> $f(x) = 3x^2 - 2x^3 + 1$ на отрезке $[-1; 4]$. <u>2 вариант:</u> $f(x) = 9x + 3x^2 - x^3$ на отрезке $[-2; 2]$. <u>3 вариант</u>: $f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2}$ на интервале $x > 0$. <u>4 вариант:</u> $f\ (x) = \frac{2}{x} - x^2$ на интервале $x < 0$. ПРИЛОЖЕНИЕ 2. (Подготовительные упражнения для облегчения восприятия новой темы). <u>1.4 Групповая работа (задачи 3,4)</u> <u>Задача 3.</u> Выразите: а) из формулы периметра прямоугольника $P = 2(x + y)$ сторону х через сторону у; б) из теоремы Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$ катет a через катет b и гипотенузу с. <u>Задача 4.</u>	Онлайн тестирование выполняется по QR - коду с последующим кратким анализом результатов. В личном кабинет преподавателя видна статистика выполнения заданий, позволяющая определить степень готовности обучающихся к решению новой учебной задачи. Цель письменной работы: повторить последовательность действий при нахождении наибольшего (наименьшего) значений функции (в частности, правила дифференцирования, исследование знака производной). Для изучения новой темы актуализируются навыки: – выражения величин их формул; – аналитического задания функций.	При выполнении индивидуальных письменных заданий повторяют алгоритмы исследования функции на наибольшее и наименьшее значения. Анализируют и оценивают свое и чужое решение. При выполнении подготовительных заданий вспоминаются навыки «выразить величину из формулы», «составить формулу».

Сумма катетов в прямоугольном треугольнике равна 12. Составьте функцию гипотенузы: а) С (х, у) от двух переменных; б) С(х) от одной переменной. *Указание*: – из всех величин выбрать одну за функцию, две другие за аргументы; – из двух аргументов один выразить через другой, используя соотношение между ними; – полученное выражение подставить в формулу для функции. ПРИЛОЖЕНИЕ 2.		Используют указания для составления функции. Выполняя это упражнение, тренируются в составлении математической модели, что является самым трудным и важным этапов в решении задач этого типа.
2. Обобщение и систематизация знаний Наибольшее и наименьшее значения функция, заданная на отрезке, принимает на концах отрезка или в критических точках, принадлежащих этому отрезку. Функция, заданная на интервале и имеющая единственную точку экстремума на нем, принимает наибольшее (наименьшее) значение в этой точке.	Обобщает и систематизирует опорный материал.  Рис. 3 Демонстрация на графике свойств функции • Предлагает составить схему для аналитического задания функции.	Составляют схему для задания функции. **Чтобы составить функцию, надо:** – из всех величин выбрать одну за функцию, две другие за аргументы; – из двух аргументов один выразить через другой, используя соотношение между ними; – полученное выражение подставить в формулу для функции.
3. Мотивация Задача 5 (мотивационная) Разрежьте проволоку длиной 18 см на две части так, чтобы, приняв их за катеты,	О прикладном значении экстремальных задач. В настоящее время в нашей стране большое внимание уделяется вопросам повышения	Используя свои знания, определяют цели урока. Формулируют цель занятия: научится решать практические задачи на

получить рамку в форме прямоугольного треугольника с наименьшей гипотенузой. Задача 6. Фирма планирует выпуск коробки без крышки, с квадратным основанием и площадью поверхности 192 см². Найдите размеры коробки, при которых она будет иметь наибольший объем? – Что общего в постановке вопроса? – На условия каких задач похожи формулировки вопросов этих текстовых задач? Задачи, требующие определить условия, при которых некоторая величина принимает наибольшее или наименьшее значения, часто встречается в физике, технике, естествознании, повседневной практической деятельности людей. При решении задач такого плана преследуется цель минимизации затрат, максимизации выгоды. – Как бы вы назвали такие решения, результаты? Подберите синонимы к терминам лучший, выгодный. Ответ: *оптимальный*. Преподаватель предлагает учащимся определить и сформулировать цель занятия	эффективности и качества во всех сферах производства. В этой связи возникают задачи, в которых необходимо выяснить, как с помощью имеющихся средств достичь наилучшего результата, как получить нужный результат с наименьшей затратой средств, материалов, времени, труда. Математика становится средством решения проблем организации производства. Позволяет находить оптимальные решения. В конечном счете, содействует повышению производительности труда и поступательному развитию народного хозяйства.	оптимизацию, применяя производную функции.

4. Постановка учебной задачи (целеполагание) – Представьте себе производственную ситуацию. На рабочем месте вы получаете задание изготовить емкость с наибольшей вместимостью. Как выполнить это производственное задание? <u>Задача 7.</u> Рабочий получил задание из листа металла размером 80×50 изготовить открытую сверху коробку с наибольшей вместимостью, вырезая по углам квадраты и загибая оставшиеся кромки.	Учитель ставит учебную задачу – задачу на оптимизацию. Предлагает смоделировать ситуацию на чертеже и на бумаге.	Возникновение интереса. Готовность учащихся к активной познавательной деятельности на основе опорных знаний. Первичное планирование учебной задачи. Ученики обсуждают план решения задачи в группах, выстраивают модель решения задачи. Активно сотрудничают внутри группы, максимально используют навыки межличностных коммуникаций
	II. Операционно- познавательная часть	
1. Моделирование – Выделите неизвестные величины, о которых идет речь: ✓ сторона квадрата, вырезанного по четырём углам; ✓ измерения получившегося параллелепипеда без верхнего основания; ✓ объем параллелепипеда. – Введите одну переменную. Определите границы переменной. Остальные неизвестные выразите через нее. – Составьте функцию для исследуемой величины. – Исследуйте функцию на наибольшее значение.	Предлагает сделать модель из бумаги.  Рис. 4 Модель открытой коробки ПРИЛОЖЕНИЕ 3.	Учащиеся, взаимодействуя в группе, предлагают и обсуждают гипотезы. Создают бумажную модель. Пытаются решить учебную задачу, опираясь на ранее изученный материал и актуализированные опорные знания на первом этапе урока. Создают модель в виде чертежа и функции.

2. ***Решение учебно-познавательной задачи*** Задача 7. Рабочий получил задание из листа металла размером 80×50 изготовить открытую сверху коробку с наибольшей вместимостью, вырезая по углам квадраты и загибая оставшиеся кромки. ПРИЛОЖЕНИЕ 2.	Направляет в процессе создания модели. дает указания. Работает с группами. Выдает указание по составлению математической модели в письменном виде	Докладывают о результатах решения. Выявляют лучшее решение. ПРИЛОЖЕНИЕ 3.
3. Осознание общего способа действий Преподаватель предлагает составить алгоритм и этапы решения задачи.	Помогает установить правильность и осознанность усвоения учебного материала. Помогает выделить этапы в решении. **Три этапа:** 1. Составление математической модели; 2. Исследование модели с помощью производной; 3. Анализ решения	Выделяют действия, устанавливают последовательность шагов, делают попытки формулировать алгоритм. ***Алгоритм решения задач на оптимизацию*** – Выделить неизвестные величины. – Если возможно, определить зависимость между этими переменными (чаще всего с помощью уравнения). – Выразить одну переменную через другую. – Составить функцию, которую нужно оптимизировать. – Решить задачу на поиск максимума (минимума), наибольшего (наименьшего) значения ***(выносится на слайд)***
4. Применение ***Фронтальная работа (первоначальная отработка алгоритма)*** *(Преподаватель дает образец письменного оформления, поиска решения).*	Направляет деятельность учеников, дает рекомендации – Выполните чертеж;	Фронтально решают задачу, под руководством преподавателя отрабатывают последовательность шагов алгоритма. Заполняют шаблон таблицы:

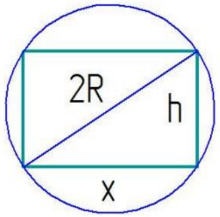
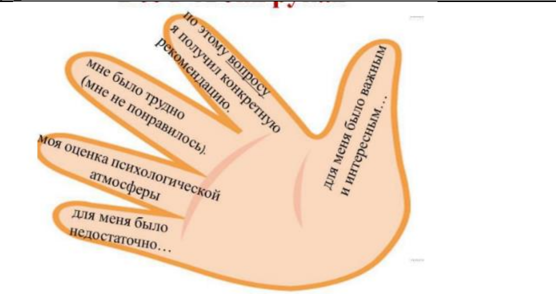
<table>
<tr>
<td>Задача 8. Прочность балки прямоугольного сечения пропорциональна произведению её ширины на квадрат высоты. Какое сечение должна иметь балка, вытесанная из цилиндрического бревна радиуса 20 см, чтобы её прочность была наибольшей? (рисунок 1)


Рис.1</td>
<td>– Какие величины характерны для прямоугольного параллелепипеда? (длина, ширина, высота);
– Каким уравнением из условия задачи эти величины связаны? (известна площадь поверхности);
– Введите переменную. Через нее выразите из уравнения недостающую величину;
– Составьте функцию для оптимизируемой величины (в данной задаче для объема);
– Исследуйте функцию на наибольшее значение.</td>
<td><table>
<tr><td colspan="4">Этап 1 .Составление математической модели задачи</td></tr>
<tr><td>1. Вводим обозначения величин</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.Записать формулу исследуемой величины</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. Записать известное соотношение между величинами по условию. Выразить через одну переменную</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4. Записать функцию исследуемой величины</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Этап 2. Работа с составленной моделью</td></tr>
<tr><td>1. Найти производную исследуемой функции</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.Найти критические точки</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. Определяют экстремум</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
ПРИЛОЖЕНИЕ 3.</td>
</tr>
<tr>
<td>Групповая работа
Задача 10.
Разрежьте проволоку длиной 18 см на две части так, чтобы, приняв их за катеты, получить рамку в форме прямоугольного треугольника с наименьшей гипотенузой.
Задача 11.
Два столба высотой 4 м и 12 м находятся на расстоянии 12 м друг от друга. Самые высокие точки столбов соединены с металлической проволокой, каждая из которых, в свою очередь крепится на земле в одной точке. Выберите такую точку на земле, чтобы для крепления использовалось наименьшее количество проволоки.</td>
<td>Учащимся выданы задания на карточках.
Предлагается составить математическую модель задачи.
Преподаватель сопровождает процесс решения учебной задачи, включается в дискуссию внутри групп.
Консультирование и направление учебной деятельности в группах по решению поставленной задачи.
Анализирует и дает оценку успешности достижения цели, намечает перспективу последующей работы</td>
<td>Обсуждение в группах, действуют по алгоритму, выполняют последовательно все шаги и добиваются решения. Представляют решения.
ПРИЛОЖЕНИЕ 4.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">III. Рефлексивно-оценочная часть</td>
</tr>
<tr>
<td>1. Подведение итогов
Вспоминается тема и цель урока.</td>
<td>С целью систематизации и обобщения нового материала, подведения первых итогов предлагает упражнение на цифровом ресурсе.</td>
<td>Выполняют онлайн задание, обобщают полученные знания и умения.</td>
</tr>
</table>

Выясняется, что нового узнали ребята на занятии, чему научились, почему так важно уметь экстремальные задачи в профессиональной деятельности, в чем прикладное значение математики. Какие цели были поставлены в начале урока? Удалось ли эти цели достичь? Оправдались ли ожидания от урока? За что вы могли бы себя похвалить?	Благодарит за работу на уроке. <u>Упражнения на цифровом ресурсе</u> https://learningapps.org/display?v=pzggi05kt24 https://learningapps.org/display?v=p56dwq3c324 ПРИЛОЖЕНИЕ 5.	
2. Самооценка усвоения материала Предлагается на листе бумаги обвести левую руку. Каждый палец – это позиция, по которой надо высказать свое мнение. Большой – для меня было важным и интересным… Указательный – по этому вопросу я получил конкретную рекомендацию. Средний – мне было трудно (мне не понравилось). Безымянный – моя оценка психологической атмосферы. Мизинец - для меня было недостаточно…	Предлагает оценить свою деятельность на уроке [4]  Рис. 4 «Все в твоих руках»	Оценивают свою работу на уроке, определяют ее смысл и ценность. Оцевают вклад в коллективную деятельность. Заполняют трафарет.
3. Планирование дальнейшей деятельности в изучении темы	Подводит итог. Использование оптимизационных задач помогает понять, как добиться решения жизненных задач, чтобы получающиеся результаты его деятельности были как можно лучше. Решая задачи этого типа, наблюдаем, с одной стороны, абстрактный характер математических понятий, а с другой – большую эффективную их применяемость к решению жизненных практических задач. Экстремальные задачи помогают обучающимся ознакомиться с некоторыми идеями и прикладными методами курса математики, которые часто применяются в трудовой деятельности.	Приходят к осознанию, что оптимизационные задачи помогают ознакомиться с некоторыми идеями и прикладными методами курса математики, которые часто применяются в трудовой деятельности.
4. Выдача домашнего задания ПРИЛОЖЕНИЕ 6.	Комментирует, обращает внимание на трудные моменты. Обсуждает план решения.	Задают вопросы, уточняют, как составить математическую модель.

Список литературы

1. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии/специальности СПО.- М.: Издательский центр «Академия», 2017
2. Башмаков М.И. математика. Сборник задач профильной направленности: учебное пособие для студентов СПО. – М.: Издательский центр «Академия», 2014
3. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/511565
4. Иванова Т.А. Современный урок математики: теория, технология, практика: Книга для учителя. - Н. Новгород:НГПУ, 2010
5. Применение производной при решении задач на оптимизацию // http://elib.osu.ru/bitstream/123456789/10378/1/3300_20121016.pdf

Дидактический материал

Приложение 1.
QR-код для онлайн тестирования

	https://onlinetestpad.com/nenb24kdejxz6 

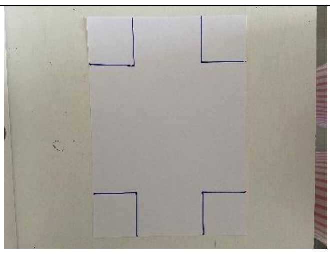
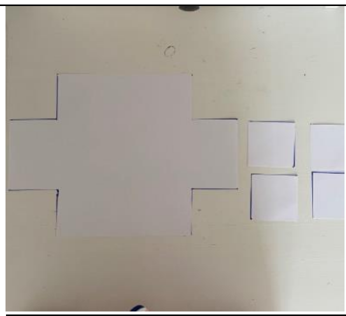
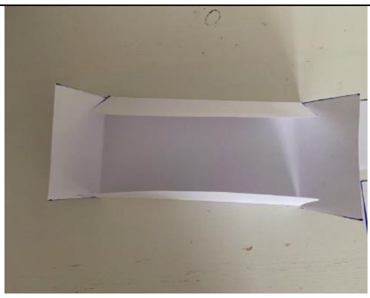
Приложение 2.
Карточки с заданиями

Для индивидуальной работы	
Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: 1 вариант. $f(x) = 3x^2 - 2x^3 + 1$ на отрезке $[-1; 4]$	Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: 2 вариант. $f(x) = 9x + 3x^2 - x^3$ на отрезке $[-2; 2]$
3 вариант. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на интервале: $f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2}$ на интервале $x > 0$.	4 вариант. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на интервале: $f\ (x) = \frac{2}{x} - x^2$ на интервале $x < 0$.
Для групповой работы (подготовительная)	
Задача 3. Выразите: а) из формулы периметра прямоугольника $P = 2(x + y)$ сторону x через сторону y; б) из теоремы Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$ катет a через катет b и гипотенузу c;	Задача 4. Сумма катетов в прямоугольном треугольнике равна 12. Составьте функцию гипотенузы C: а) C(x,y) от двух переменных; б) C(x) от одной переменной. ***Указание:*** – из всех величин выбрать одну за функцию, две другие за аргументы; – из двух аргументов один выразить через другой, используя соотношение между ними;

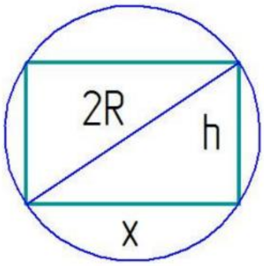
	– полученное выражение подставить в формулу для функции.
Мотивационные задачи	
Задача 5 . Разрежьте проволоку длиной 18 см на две части так, чтобы, приняв их за катеты, получить рамку в форме прямоугольного треугольника с наименьшей гипотенузой	Задача 6. Фирма планирует выпуск коробки без крышки, с квадратным основанием и площадью поверхности 192 см². Найдите размеры коробки, при которых она будет иметь наибольший объем?
Задача для постановки учебной проблемы	
Задача 7. Рабочий получил задание из листа металла размером 80×50 изготовить открытую сверху коробку с наибольшей вместимостью, вырезая по углам квадраты и загибая оставшиеся кромки.	
Задачи на закрепление для групповой работы	
Задача 10. Разрежьте проволоку длиной 18 см на две части так, чтобы, приняв их за катеты, получить рамку в форме прямоугольного треугольника с наименьшей гипотенузой	Задача 11. Два столба высотой 4 м и 12 м находятся на расстоянии 12 м друг от друга. Самые высокие точки столбов соединены с металлической проволокой, каждая из которых, в свою очередь крепится на земле в одной точке. Выберите такую точку на земле, чтобы для крепления использовалось наименьшее количество проволоки.

Приложение 3. Решение мотивационной задачи. Моделирование ситуации

Задача 7. Рабочий получил задание из листа металла размером 80×50 изготовить открытую сверху коробку с наибольшей вместимостью, вырезая по углам квадраты и загибая оставшиеся кромки.	Задача 7. Пусть x – сторона отрезаемого квадрата по углам. Тогда измерения параллелепипеда: x, (80-2x), (50-2x). Объем параллелепипеда: $V(x) = x(80-2x)(50-2x)$. Получили задачу на нахождения наибольшего значения функции, заданной на интервале (0;5) $V = x(80-2x)(50-2x) = 4x^3 - 260x^2 + 4000x$. $V' = 12x^2 - 520x + 4000 = 0$, x = 100:3 = 33, x = 10. x - посторонний корень по смыслу задачи. x = 10 – единственное решение – высота, 80 – 20 = 60 – длина, 50 – 20 = 30 – ширина. $V = 10 \cdot 60 \cdot 30 = 18000$(см³).

<table>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>

<u>Задача 8</u>. Прочность балки прямоугольного сечения пропорциональна произведению её ширины на квадрат высоты. Какое сечение должна иметь балка, вытесанная из цилиндрического бревна радиуса 20 см, чтобы её прочность была наибольшей? (рисунок 1)



</td><td>

Решение. Составление математической модели.

Оптимизируемая величина-прочность балки, поскольку в задаче требуется выяснить, когда прочность балки будет наибольшей. Обозначим оптимизируемую величину буквой у.

Прочность зависит от ширины и высоты прямоугольника, служащего осевым сечением балки. Ширину балки обозначим буквой х. Поскольку осевое сечение представляет собой прямоугольник, вписанный в окружность радиуса R, то $0 \leq x \leq 2R$.

Высота h прямоугольника связана с его шириной соотношением $x^2 + h^2 = 4R^2$ (по теореме Пифагора), значит, $h^2 = 4R^2 - x^2$.

Прочность балки у пропорциональна произведению xh^2, т. е.

$y = kxh^2$ (где коэффициент k – некоторое положительное число).

Значит $y = kx(4RR^2 - x^2)$, где $x \in [0; 2R]$.

математическая модель задачи составлена.

Работа с составленной моделью.

Для функции $y = kx(4RR^2 - x^2)$, где $x \in [0; 2R\}$ надо найти $y_{наиб}$.

Имеем: $y = 4kR^2x - kx^3$

$y' = 4kR^2 - 3kx^2$

Приравниваем производную нулю, получим

$4kR^2\text{-}3kx^2 = 0$

$x_1 = \frac{2R}{\sqrt{3}}$; $x_2 = -\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Заданному отрезку принадлежит лишь точка $x = x_1 = \frac{2R}{\sqrt{3}}$. Вычислим значение функции $y = 4kR^2x - kx^3$ в точке $x_1 = \frac{2R}{\sqrt{3}}$ на концах отрезка в точках 0 и 2R.

Имеем f(0)=0 f(2R)=0 $f(\frac{2R}{\sqrt{3}}) > 0$ значит $y_{наиб} = f(\frac{2R}{\sqrt{3}})$.

В задаче спрашивается, какое сечение должна иметь балка наибольшей прочности. Выяснили, что ширина прямоугольника, являющая осевым сечением наиболее прочной балки, равна $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. Найдем высоту: $h^2 = 4R^2 - x^2$ т.е.

$h^2 = 4R^2 - \frac{4R^2}{3} = \frac{8R^2}{3}$.

$h = \frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$, $\frac{h}{x} = \sqrt{2}$

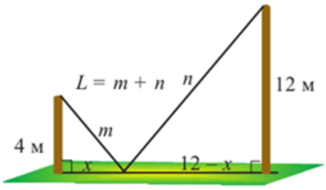
Ответ: Сечением балки должен служить прямоугольник, у которого отношение высоты к ширине равно $\sqrt{2}$

</td></tr>
</table>

<u>Приложение 4</u>.

Решение задач на закрепление

<u>Задача 11.</u> Два столба высотой 4 м и 12 м находятся на расстоянии 12 м друг от друга. Самые высокие точки столбов соединены с металлической проволокой, каждая из которых, в свою очередь крепится на земле в одной точке. Выберите такую точку на земле, чтобы для крепления использовалось наименьшее количество проволоки.



Длину проволоки обозначим через L. Часть проволоки от каждого столба обозначим соответственно через m и n, тогда $L = m + n$ Величина L изменяется в зависимости от точки крепления на земле. Обозначим одно из них через x, тогда другое будет равно 12-x. Выразим величины m и n через переменную x. По теореме Пифагора:

$$x^2 + 4^2 = m^2, \qquad m = \sqrt{x^2 + 16}$$

$$(12 - x)^2 + 12^2 = n^2, \qquad n = \sqrt{x^2 - 24x + 288}$$

$$L = m + n = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{x^2 - 24x + 288}$$

зависимость функции $L(x)$ от переменной x будет

$$L(x) = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{x^2 - 24x + 288}, \quad 0 \le x \le 12$$

Производная функции $L(x)$:

$$L'(x) = (\sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{x^2 - 24x + 288})' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} + \frac{x - 12}{\sqrt{x^2 - 24x + 288}}$$

Найдем критические точки функции $L(x)$:

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} + \frac{x - 12}{\sqrt{x^2 - 24x + 288}} = 0,$$

$$x\sqrt{x^2 - 24x + 288} = (12 - x)\sqrt{x^2 + 16},$$

$$x^2(x^2 - 24x + 288) = (12 - x)^2(x^2 + 16),$$

$$x^4 - 24x^3 + 288x^2 = (144 - 24x + x^2)(x^2 + 16),$$

$$x^4 - 24x^3 + 288x^2 = 144x^2 - 24x^3 + x^4 + 16\cdot 144 - 16\cdot 24x + 16x^2$$

$$128x^2 + 16\cdot 24x - 16\cdot 144 = 0,$$

$$x^2 + 3x - 18 = 0, \qquad x_1 = 3, \quad x_2 =$$

Сравнивая значения функции $L(x)$ в точках $x = 0$, $x = 12$, $x = 3$ Получим, что наименьшее количество проволоки используется при $x = 3$: $L(3) = 20$ (м).

Ответ: 20 м.

<u>Приложение 5</u>. Ссылки на цифровые ресурсы LeamingApps.org

<u>Приложение 6</u>.

Задачи на оптимизацию профессионального содержания

Экономического содержания 1.Фирма является монополистом по производству соли в небольшом городке. Она сталкивается с кривой спроса на свою продукцию, заданную следующим уравнением: Q+20P = 300, где P – цена одной пачки соли в рублях, Q – количество выпускаемых пачек в день. Функция общих издержек данной фирмы имеет следующий вид: $C(Q) = 120 + Q + 0{,}02Q^2$. Определите, какую цену на одну пачку соли следует установить фирме, чтобы прибыль, получаемая ежедневно, была максимальной.	*Технического профиля* 1.Бак, имеющий вид прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, должен вмещать 100 л жидкости. При какой стороне основания площадь поверхности бака (без крышки) будет наименьшей?	2.Разрежьте проволоку длиной 18 см на две части так, чтобы, приняв их за катеты, получить рамку в форме прямоугольного треугольника с наименьшей гипотенузой. 3.Фирма планирует выпуск коробки без крышки, с квадратным основанием и площадью поверхности 192 см². Найдите размеры коробки, при которых она будет иметь наибольший объем?

<u>Решение задачи 3.</u>

Фирма планирует выпуск коробки без крышки, с квадратным основанием и площадью поверхности 192 см². Найдите размеры коробки, при которых она будет иметь наибольший объем?

Решение (оформление в тетради)

$S_{п.п.} = 4xh + x^2 = 192$. Тогда выразим $h = \dfrac{192 - x^2}{4x}$ и подставим в формулу $V = x^2 h$. Зависимость объема коробки от переменной x можно выразить следующим образом: $V(x) = x^2\left(\dfrac{192 - x^2}{4x}\right) = 48x - \dfrac{x^3}{4}$

$$V'(x) = \left(48x - \frac{x^3}{4}\right)' = 48 - \frac{3x^2}{4} = \frac{3}{4}(8 - x)(8 + x)$$

При $x = 8$ и $x = -8$ имеем, что $V'(x) = 0$.

Однако, $-8 \notin (0;\sqrt{192})$. Значит, в рассматриваемом интервале критической точкой является $x = 8$.

При $0 < x < 8$ имеем $V'(x) > 0$, при $8 < x < \sqrt{192}$ имеем $V'(x) < 0$, функция $V(x)$ в точке $x = 8$ принимает максимальное значение.

Если длина основания коробки будет 8 см, то высота будет равна $h = \frac{192 - 8^2}{4 \cdot 8} = 4$ см Значит, максимальный объем будет иметь коробка с размерами 8см х 8см х 4см.