

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение  
«Гимназия № 1»  
Находкинского городского округа

# Методическое пособие по математике

## Задачи на кредитование

Автор работы:  
Яновская Светлана Ивановна,  
учитель математики

г. Находка

## **Оглавление**

§1. Задачи на аннуитетные платежи (равные) .....	3
1.1. Задачи с разбором .....	3
1.2. Задачи для самостоятельного решения.....	6
§2. Задачи, в которых долг должен составлять часть кредита в соответствии с таблицей....	8
2.1. Задачи с разбором .....	8
2.2. Задачи для самостоятельного решения.....	11
§3. Задачи на дифференцированные платежи (неравные).....	15
3.1. Задачи с разбором .....	15
3.2. Задачи для самостоятельного решения.....	20
ОТВЕТЫ.....	25

## §1. Задачи на аннуитетные платежи (равные)

### 1.1. Задачи с разбором

**Задача №1.** 31 декабря 2014 года Олег взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Олег переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 328 050 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 587 250 рублей, то за 2 года. Найдите  $a$ .

**Решение.** Введем обозначение  $S$  – кредит под  $a\%$ ,  $X$  – транш (выплата),  $n$  – на сколько лет взят кредит,  $b = 1 + \frac{a}{100}$ . Имеем: если  $X_1 = 328050, n = 4$  года; если  $X_2 = 587250, n = 2$  года.

Выразим каждый год кредита  $S_1, S_2, S_3, S_4$  через переменные  $S, b, X$ . Найдем под какие проценты Олег взял кредит. Найдем  $b$ .

После первой выплаты сумма долга составит  $S_1 = Sb - X$ . После второй выплаты сумма долга составит  $S_2 = S_1b - X = (Sb - X)b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - (b+1)X$ . После третьей выплаты сумма долга составит

$$S_3 = S_2b - X = (Sb^2 - (b+1)X)b - X = Sb^3 - (b^2 + b)X - X = Sb^3 - (b^2 + b + 1)X.$$

После четвертой выплаты сумма оставшегося долга равна

$$S_4 = S_3b - X = (Sb^3 - (b^2 + b + 1)X)b - X = Sb^4 - (b^3 + b^2 + b)X - X = Sb^4 - (b^3 + b^2 + b + 1)X.$$

Так как Олег выплатит кредит за 4 года полностью, то  $Sb^4 - (b^3 + b^2 + b + 1)X_1 = 0$ , а если за 2 года полностью, то  $Sb^2 - (b + 1)X_2 = 0$ .

$$\begin{cases} Sb^4 - (b^3 + b^2 + b + 1)X_1 = 0 \\ Sb^2 - (b + 1)X_2 = 0 \end{cases} \quad \text{Из 1 уравнения } S = \frac{(b^3 + b^2 + b + 1)X_1}{b^4},$$

из 2 уравнения  $S = \frac{(b + 1)X_2}{b^2}$ , приравнивая правые части, имеем:

$$\frac{(b^3 + b^2 + b + 1)X_1}{b^4} = \frac{(b + 1)X_2}{b^2}. \quad b^3 + b^2 + b + 1 = \frac{(b^3 + b^2 + b + 1)(b - 1)}{(b - 1)} = \frac{b^4 - 1}{b - 1}.$$

$$\frac{(b^4 - 1)X_1}{(b - 1)b^4} = \frac{(b + 1)X_2}{b^2}, \quad (b^2 - 1)(b^2 + 1)b^2 X_1 = (b^2 - 1)b^4 X_2, \quad (b^2 + 1)X_1 = b^2 X_2,$$

$$b^2 X_1 + X_1 = b^2 X_2, \quad X_1 = b^2 X_2 - b^2 X_1, \quad X_1 = b^2 (X_2 - X_1), \quad b^2 = \frac{X_1}{X_2 - X_1}.$$

$$b^2 = \frac{328050}{587250 - 328050} = \frac{328050^{50}}{259250} = \frac{6561^9}{5184} = \frac{729^9}{576} = \frac{81}{64}, \quad b = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}.$$

$$1 + \frac{a}{100} = 1\frac{1}{8}, \quad \frac{a}{100} = \frac{1}{8}, \quad a = \frac{100}{8} = \frac{25}{2} = 12,5\%.$$

Ответ: 12,5%.

**Задача №2.** 31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

**Решение.** Имеем:  $S=4\ 290\ 000$  рублей под  $a=14,5\%$ ,  $n=2$ ,  $b=1+\frac{a}{100}=1+\frac{14,5}{100}=1,145$ .

X-?

$$S_1 = Sb - X$$

$$S_2 = S_1b - X = (Sb - X)b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - (b+1)X.$$

Дмитрий за два года выплатил долг, значит,  $Sb^2 - (b+1)X = 0$ ,  $X = \frac{Sb^2}{b+1}$ .

$$X = \frac{4290000 \cdot 1,145 \cdot 1,145}{1,145 + 1} = \frac{4290 \cdot 1145 \cdot 1145}{2145} = \frac{2 \cdot 1145 \cdot 1145}{1} = 2290 \cdot 1145 = 2622050.$$

Ответ: 2 622 050 рублей.

**Задача №3.** 31 декабря 2014 года Василий взял в банке некоторую сумму в кредит под 11% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 11%), затем Василий переводит в банк 3 696 300 рублей. Какую сумму взял Василий в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

**Решение.** Имеем:  $n=2$  года,  $X=3\ 696\ 300$ ,  $a=11\%$ ,  $b=1+\frac{a}{100}=1+\frac{11}{100}=1,11$ . Найти  $S$ -?

$$S_1 = Sb - X$$

$$S_2 = S_1b - X = (Sb - X)b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - (b+1)X.$$

Василий выплатил долг за два года, значит,  $Sb^2 - (b+1)X = 0$ ,  $S = \frac{(b+1)X}{b^2}$ .

$$S = \frac{(1,11+1) \cdot 3696300}{1,11 \cdot 1,11} = \frac{2,11 \cdot 3696300}{1,11 \cdot 1,11} = \frac{211 \cdot 33300}{1,11} = 211 \cdot 30000 = 6330000.$$

Ответ: 6 330 000 рублей.

**Задача №4.** 31 декабря 2014 года Евгений взял в банке 1 000 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Евгений переводит очередной транш. Евгений выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 540 000 рублей, во второй 649 600 рублей. Найдите  $a$ .

**Решение.** Имеем:  $S = 1\ 000\ 000$ ,  $n=2$ ,  $X_1 = 540000$ ,  $X_2 = 649600$ ,  $b = 1 + \frac{a}{100}$ .

Найти  $a\%$  -?

$$S_1 = Sb - X_1$$

$$S_2 = S_1b - X_2 = (Sb - X_1)b - X_2 = Sb^2 - X_1b - X_2.$$

Евгений выплатил кредит за два года, значит,  $Sb^2 - X_1b - X_2 = 0$ .

$$1000000b^2 - 540000b - 649600 = 0,$$

$$100b^2 - 54b - 64,96 = 0$$

$$D = 27^2 + 100 \cdot 64,96 = 729 + 6496 = 7225, \quad b_1 = \frac{27+85}{100} = 1,12, \quad b_2 = \frac{27-85}{100} = -0,58.$$

$$b_2 - \text{не подходит по смыслу задачи. } 1 + \frac{a}{100} = 1,12, \quad \frac{a}{100} = \frac{12}{100}, \quad a = 12\%.$$

Ответ: 12%.

**Задача №5.** Тимофей хочет взять в кредит 1 100 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количества лет может Тимофей взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 270 000 рублей?

**Решение.** Заметим, что за 4 года Тимофей выплатит  $270\ 000 \cdot 4 = 1\ 080\ 000$  рублей. Таким образом, он не покроет долг с процентами. Каждый год долг увеличивается не более, чем  $1\ 100\ 000 \cdot 0,1 = 110\ 000$  рублей (10% годовых). За 4 года проценты составят  $110\ 000 \cdot 4 = 440\ 000$  рублей, значит, Тимофей выплатит проценты за 2 года ( $270\ 000 \cdot 2 = 540\ 000$ ). Следовательно, Тимофей может взять кредит на  $4+2=6$  лет.

Или

$$\text{по формуле } S_1 = Sb - X, \quad S_2 = S_1b - X, \quad S_3 = S_2b - X, \dots, \quad b = 1 + \frac{10\%}{100\%} = 1,1.$$

После первой выплаты сумма долга составит  $1\ 100 \cdot 1,1 - 270 = 940$  (тыс. рублей);

После второй выплаты сумма долга составит  $940 \cdot 1,1 - 270 = 764$  (тыс. рублей);

После третьей выплаты сумма долга составит  $764 \cdot 1,1 - 270 = 570,4$  (тыс. рублей);

После четвертой выплаты сумма долга составит  $570,4 \cdot 1,1 - 270 = 357,44$  (тыс. рублей);

После пятой выплаты сумма долга составит  $357,44 \cdot 1,1 - 270 = 123,184$  (тыс. рублей);

После шестой выплаты сумма долга составит  $123,184 \cdot 1,1 - 135,5024 = 0$  (тыс. рублей).

Ответ: 6 лет.

**Задача №6.** 31 декабря 2014 года Андрей взял в банке некоторую сумму в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Андрей переводит в банк 2 733 750 рублей. Какую сумму взял Андрей в банке, если он выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

**Решение.** Введем обозначение  $S$  – кредит под  $a = 12,5\%$ ,  $X = 2\ 733\ 750$  – транш (выплата),  $n=3$  – на сколько лет взят кредит,  $b = 1 + \frac{a}{100\%} = 1 + \frac{12,5}{100} = 1,125 = 1\frac{1}{8} = \frac{9}{8}$ .

Найти  $S$ ?

После первой выплаты сумма долга составит  $S_1 = Sb - X$ . После второй выплаты сумма долга составит  $S_2 = S_1b - X = (Sb - X)b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - (b+1)X$ . После третьей

выплаты сумма долга составит  
 $S_3 = S_2 b - X = (Sb^2 - (b+1)X)b - X = Sb^3 - (b^2 + b)X - X = Sb^3 - (b^2 + b + 1)X$ . Так как  
 Андрей выплатит кредит за 3 года полностью, то  $S_3 = Sb^3 - (b^2 + b + 1)X = 0$ ,

$$S = \frac{(b^2 + b + 1)X}{b^3},$$

$$S = \frac{\left(\frac{81}{64} + \frac{9}{8} + \frac{8}{8}\right) \cdot 2733750}{\frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8}} = \frac{(81 + 72 + 64) \cdot 8 \cdot 2733750}{64 \cdot \frac{9 \cdot 9 \cdot 9}{64}} = \frac{217 \cdot 8 \cdot 2733750}{729} = 217 \cdot 8 \cdot 3750 =$$
 $= 30000 \cdot 217 = 6510000.$

## 1.2 Задания для самостоятельного решения

**Задача №7.** Степан хочет взять в кредит 1,2 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количества лет может Степан взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 290 тысяч рублей?

**Задача №8.** 31 декабря 2014 года Родион взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Родион переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 1 464 100 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 2 674 100 рублей, то за 2 года. Под какой процент Родион взял деньги в банке?

**Задача №9.** 31 декабря 2014 года Сергей взял в банке 6 944 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Сергей переводит в X банк рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Сергей выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

**Задача №10.** 31 декабря 2014 года Петр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Петр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Петр взял деньги в банке?

**Задача №11.** 1 января 2015 года Тарас Павлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Тарас Павлович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Тарас Павлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 220 тысяч рублей?

**Задача №12.** 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк  $X$  рублей. Какой должна быть сумма  $X$ , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

**Задача №13.** 1 января 2015 года Василий Михайлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Василий Михайлович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Василий Михайлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 137,5 тысяч рублей?

**Задача №14.** 31 декабря 2014 года Михаил взял в банке некоторую сумму в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Михаил переводит в банк 2 132 325 рублей. Какую сумму взял Михаил в банке, если он выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

**Задача №15.** 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тысяч рублей?

**Задача №16.** 31 декабря 2014 года Никита взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Никита переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 073 600 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 3 513 600 рублей, то за 2 года. Под какой процент Никита взял деньги в банке?

**Задача №17.** 31 декабря 2014 года Владимир взял в банке некоторую сумму в кредит под 14% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14%), затем Владимир переводит в банк 4 548 600 рублей. Какую сумму взял Владимир в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

**Задача №18.** Савелий хочет взять в кредит 1,4 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количества лет может Савелий взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 330 тысяч рублей?

**Задача №19.** 31 декабря 2014 года Геннадий взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Геннадий переводит очередной транш. Геннадий выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 600 тыс. рублей, во второй 550 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Геннадию?

**Задача №20.** 31 декабря 2014 года Иван взял в банке 8 540 000 рублей в кредит под 13,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 13,5%), затем Иван переводит в банк  $X$  рублей. Какой должна быть сумма  $X$ , чтобы Иван выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

**Задача №21.** 1 января 2015 года Олег Владимирович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 3 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 3%), затем

Олег Владимирович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Олег Владимирович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тысяч рублей?

**Задача №22.** 31 декабря 2014 года Игорь взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Игорь переводит очередной транш. Игорь выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 580 тыс. рублей, во второй 621,5 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Игорю?

**Задача №23.** 31 декабря 2014 года Павел взял в банке 8 599 000 рублей в кредит под 14% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14%), затем Павел переводит в банк  $X$  рублей. Какой должна быть сумма  $X$ , чтобы Павел выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

**Задача №24.** Федор хочет взять в кредит 1,2 млн. рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количества лет может Федор взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 330 тысяч рублей?

**Задача №25.** 31 декабря 2014 года Максим взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Максим переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 1 640 250 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 2 936 250 рублей, то за 2 года. Под какой процент Максим взял деньги в банке?

**Задача №26.** Семен хочет взять в кредит 1,3 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количества лет может Семен взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 320 тысяч рублей?

## **§2. Задачи, в которых долг должен составлять часть кредита в соответствии с таблицей**

### **2.1. Задачи с разбором**

**Задача №1.** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на сумму  $S$  млн. рублей, где  $S$  – целое число, на 4 года. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Год	2016	2017	2018	2019	2020
Долг (млн. руб.)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	$0,2S$	0

Найдите наименьшее значение  $S$ , чтобы общая сумма была больше 20 млн.

**Решение.**  $S$  млн. рублей (целое число) – кредит,  $n = 4$  года, долг возрастает на 20%, то

$$q = 1 + \frac{20}{100} = 1,2, \quad X_n - \text{выплаты и } X_{1-4} > 20 \text{ млн. рублей.}$$

n лет	долг с процентами (каждый январь)	Выплаты (с февраля по июнь)	долг (млн. руб.) (в июле)	выплаты
2016			$S$	
2017	$1,2S$	$1,2S - X_1$	$0,7S$	$X_1 = 1,2S - 0,7S = 0,5S$
2018	$0,7S \cdot 1,2 = 0,84S$	$0,84S - X_2$	$0,4S$	$X_2 = 0,84S - 0,4S = 0,44S$
2019	$0,4S \cdot 1,2 = 0,48S$	$0,48S - X_3$	$0,2S$	$X_3 = 0,48S - 0,2S = 0,28S$
2020	$0,2S \cdot 1,2 = 0,24S$	$0,24S - X_4$	0	$X_4 = 0,24S - 0 = 0,24S$

Найдём общую сумму выплат:  

$$X_{1-4} = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 0,5S + 0,44S + 0,28S + 0,24S = 1,46S.$$

По условию надо найти наименьшее значение  $S$ , чтобы общая сумма была больше 20 млн. рублей. Имеем:  $1,46S > 20$ ,  $S > \frac{20}{1,46}$ ,  $S > \frac{1000}{73}$ ,  $S > 13\frac{51}{73}$ .  $S$  – целое число, то  $S = 14$ .

Ответ: 14 млн. рублей.

**Задача №2.** 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн. рублей. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  – целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей:

дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1,0	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн. рублей.

**Решение.**  $S = 1$  млн. рублей – кредит,  $n = 6$  месяцев, долг увеличивается на  $r\%$ ,

$$q = 1 + \frac{r}{100}, \quad X_n - \text{выплаты и } X_n < 1,2 \text{ млн. рублей.}$$

n месяцев	Долг с процентами	выплаты	Долг (млн. руб.)	Выплаты
01			1,0	

02	$1,0q$	$1,0q - X_1$	0,6	$X_1 = 1,0q - 0,6$
03	$0,6q$	$0,6q - X_2$	0,4	$X_2 = 0,6q - 0,4$
04	$0,4q$	$0,4q - X_3$	0,3	$X_3 = 0,4q - 0,3$
05	$0,3q$	$0,3q - X_4$	0,2	$X_4 = 0,3q - 0,2$
06	$0,2q$	$0,2q - X_5$	0,1	$X_5 = 0,2q - 0,1$
07	$0,1q$	$0,1q - X_6$	0	$X_6 = 0,1q - 0 = 0,1q$

Найдём общую сумму выплат:  $X_{1-6} = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$ ,

$$X_{1-6} = 1,0q - 0,6 + 0,6q - 0,4 + 0,4q - 0,3 + 0,3q - 0,2 + 0,2q - 0,1 + 0,1q = 2,6q - 1,6.$$

По условию общая сумма выплат меньше 1,2 млн. рублей. Имеем:  $2,6q - 1,6 < 1,2$ ,

$$2,6q < 2,8, \quad q < \frac{28}{26}, \quad q < 1\frac{1}{13}. \quad q = 1 + \frac{r}{100}, \quad 1 + \frac{r}{100} < 1\frac{1}{13}, \quad \frac{r}{100} < \frac{1}{13}, \quad r < \frac{100}{13},$$

$r < 7\frac{9}{13}$ . Найдите наибольшее значение  $r$ , где  $r$  - целое число, то  $r = 7$ .

Ответ: 7%.

**Задача №3.** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн. рублей, где  $S$  – целое число. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (млн. руб.)	$S$	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн. рублей.

**Решение.**  $S$  млн. рублей (целое число) – кредит,  $n = 3$  года, долг увеличивается на 15%,

$$q = 1 + \frac{15}{100} = 1,15, \quad X_n - \text{выплаты.}$$

н лет	долг с процентами (каждый январь)	Выплаты (с февраля по июнь)	долг (млн руб) (в июле)	выплаты
2016			$S$	
2017	$1,15S$	$1,15S - X_1$	$0,8S$	$X_1 = 1,15S - 0,8S = 0,35S$
2018	$0,8S \cdot 1,15 = 0,92S$	$0,92S - X_2$	$0,5S$	$X_2 = 0,92S - 0,5S = 0,42S$
2019	$0,5S \cdot 1,15 = 0,575S$	$0,575S - X_3$	0	$X_3 = 0,575S - 0 = 0,575S$

По условию каждая из выплат будет меньше 4 млн. рублей. Имеем:

$$\begin{cases} S < \frac{400}{35}, \\ S < \frac{400}{42}, \\ S < \frac{4000}{575}; \end{cases} \quad \begin{cases} S < 11\frac{3}{7}, \\ S < 9\frac{11}{21}, \\ S < 6\frac{22}{23}; \end{cases} \quad S = 6, \text{ так как } S - \text{ наибольшее целое число.}$$

Ответ: 6 млн. рублей.

## 2.2. Задачи для самостоятельного решения

**Задача №4.** В июле 2018 года планируется взять кредит в банке на шесть лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в тыс. рублей)	$S$	$0,9S$	$0,8S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	0

Найдите  $S$ , если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 327 тысяч рублей.

**Задача №5.** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн. рублей, где  $S$  – целое число. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (млн. руб.)	$S$	$0,6S$	$0,25S$	0

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн. рублей.

**Задача №6.** В июле 2018 года планируется взять кредит в банке на шесть лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 1% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в тыс. рублей)	$S$	$0,9S$	$0,8S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	0

Найдите  $S$ , если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 836 тысяч рублей.

- Задача №7.** Виктор Петрович взял в банке кредит 2 000 000 рублей на 5 лет при условии:
- долг будет возвращаться пятью платежами, производимыми в конце каждого из пяти лет;
  - имеющийся в начале каждого (начиная с первого) года долг будет в конце года увеличиваться на 10%;
  - в конце года, уже после начисления процентов, долг необходимо погасить в такой сумме, указанной в таблице:

Год	1	2	3	4	5
Текущий долг (в руб.)	1 600 000	1 200 000	800 000	400 000	0

На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

- Задача №8.** В конце декабря 2016 года планируется взять кредит в банке на год в размере  $N$  млн. рублей, где  $N$  – целое число. Условия возврата таковы:
- в течение первого месяца каждого квартала долг увеличивается на 2% по сравнению с долгом на конец предыдущего квартала;
  - в течение второго месяца каждого квартала необходимо выплатить одним платежом часть долга;
  - долг на начало каждого должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Квартал	1	2	3	4
Долг (млн. руб.)	$N$	$0,8N$	$0,5N$	0

Найдите наименьшее значение  $N$ , при котором каждая из выплат будет больше 1 млн. рублей.

- Задача №9.** В конце сентября 2016 года планируется взять кредит в банке на год. Условия возврата таковы:
- в течение первого месяца каждого квартала долг увеличивается на 6% по сравнению с долгом на конец предыдущего квартала;
  - в течение второго месяца каждого квартала необходимо выплатить одним платежом часть долга;

- долг на начало каждого должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Квартал	1	2	3	4
Долг (в процентах)	100	75	40	0

На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

**Задача №10.** Индивидуальному предпринимателю 15 марта был выдан кредит на приобретение оборудования. В нижеследующей таблице указан график его погашения. Текущий долг указывается в процентах:

Дата	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07	15.08	15.09
Текущий долг	100%	80%	65%	45%	30%	20%	0%

В конце каждого месяца, начиная с марта, банк увеличивает текущий долг на 5%. После этого в первой половине последующего месяца вкладчик обязан внести в банк такую сумму, чтобы оставшийся долг стал равным указанному в таблице текущему долгу на 15 число этого месяца. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

**Задача №11.** Индивидуальному предпринимателю 15 июня был выдан кредит на приобретение оборудования. В нижеследующей таблице указан график его погашения.

Текущий долг указывается в процентах:

Дата	15.06	15.07	15.08	15.09	15.10	15.11	15.12
Текущий долг	100%	85%	65%	40%	30%	20%	0%

В конце каждого месяца, начиная с июня, банк увеличивает текущий долг на 7%. После этого в первой половине последующего месяца вкладчик обязан внести в банк такую сумму, чтобы оставшийся долг стал равным указанному в таблице текущему долгу на 15 число этого месяца. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

**Задача №12.** Предприниматель 15 мая обратился в банк с просьбой о предоставлении кредита. В таблице представлен график его погашения. Текущий долг выражается в процентах от кредита.

Дата	15.05	15.06	15.07	15.08	15.09	15.10
Текущий долг	100%	80%	60%	40%	20%	0%

В конце каждого месяца, начиная с мая, текущий долг увеличивается на 5%, а выплаты по погашению кредита должны происходить с 1 по 14 число каждого месяца, начиная с

июня. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

**Задача №13.** Виктория Игоревна взяла в банке кредит 1 500 000 рублей на 5 лет при условии;

- долг будет возвращаться пятью платежами, производимыми в конце каждого из пяти лет;
- имеющийся в начале каждого (начиная с первого) года долг будет в конце года увеличиваться на 15%;
- в конце года, уже после начисления процентов, долг необходимо погасить в таком объеме, чтобы остаток был равен сумме, указанной в таблице:

Год	1	2	3	4	5
Текущий долг (в руб.)	1 200 000	900 000	600 000	300 000	0

На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

**Задача №14.** Предприниматель 20 июня взял кредит в банк на развития бизнеса. В таблице представлен график его погашения. Текущий долг выражается в процентах от кредита.

Дата	20.06	20.07	20.08	20.09	20.10	20.11	20.12
Текущий долг	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с июня, текущий долг увеличивается на 6%, а выплаты по погашению кредита должны происходить в первой половине каждого месяца, начиная с июля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

**Задача №15.** 15 января Андрей планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1,2 млн. рублей. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  - целое число;
- выплата должна производиться ежемесячно в период со 2-го по 14-е число каждого месяца;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн. рублей)	1,2	1	0,8	0,6	0,3	0,1	0

Найдите наименьшее значение  $r$ , при котором Андрею в общей сумме придётся выплатить больше 1,7 млн. рублей.

### §3. Задачи на дифференцированные платежи (неравные)

#### 3.1. Задачи с разбором

**Задача №1.** В июне планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн. рублей сроком на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $p\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите  $p$ , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,3 млн. рублей, а наименьший – не менее 0,49 млн. рублей.

**Решение.** Пусть  $S = 4$  млн. рублей – кредит,  $q = 1 + \frac{p}{100}$ ,  $n = 10$  лет.

н лет	долг	долг с процентами (каждый январь)	выплаты	все выплаты
1	$\frac{10}{10}S$	$\frac{10}{10}Sq$	$\frac{10}{10}S(q-1)$	$\frac{10}{10}S(q-1) + \frac{S}{10}$
2	$\frac{9}{10}S$	$\frac{9}{10}Sq$	$\frac{9}{10}S(q-1)$	$\frac{9}{10}S(q-1) + \frac{S}{10}$
.....	.....	.....	.....	.....
10	$\frac{1}{10}S$	$\frac{1}{10}Sq$	$\frac{1}{10}S(q-1)$	$\frac{1}{10}S(q-1) + \frac{S}{10}$
	0			

По условию наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,3 млн. рублей,

то есть  $\frac{10}{10}S(q-1) + \frac{S}{10} \leq 1,3$ , а наименьший – не менее 0,49 млн. рублей, то есть

$\frac{1}{10}S(q-1) + \frac{S}{10} \geq 0,49$ .  $S = 4$  млн. рублей. Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{10}{10} \cdot 4(q-1) + \frac{4}{10} \leq 1,3, \\ \frac{1}{10} \cdot 4(q-1) + \frac{4}{10} \geq 0,49; \end{cases} \quad \begin{cases} 4(q-1) + 0,4 \leq 1,3, \\ 0,4(q-1) + 0,4 \geq 0,49; \end{cases} \quad \begin{cases} 4(q-1) \leq 0,9, \\ 0,4(q-1) \geq 0,09; \end{cases} \quad \begin{cases} (q-1) \leq \frac{0,9}{4}, \\ (q-1) \geq \frac{0,09}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} q-1 \leq \frac{9}{40}, \\ q-1 \geq \frac{9}{40}; \end{cases} \quad \begin{cases} q \leq 1 \frac{9}{40}, \\ q \geq 1 \frac{9}{40}; \end{cases} \quad q = 1 \frac{9}{40}, \text{ так как } q = 1 + \frac{p}{100}, \text{ то } 1 + \frac{p}{100} = 1 \frac{9}{40}, \quad \frac{p}{100} = \frac{9}{40},$$

$$p = \frac{9 \cdot 100}{40} = \frac{45}{2} = 22,5.$$

Ответ: 22,5%.

**Задача №2.** В мае планируется взять кредит на сумму 5 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по апрель каждый год необходимо выплатить часть долга;
- в мае каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на май предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 6 млн. рублей?

**Решение.** Пусть  $S = 5$  млн. рублей – кредит,  $a = 10\%$ , то  $q = 1,1$ ,  $n$  (целое число) лет.

н лет	долг	долг с процентами (каждый январь)	выплаты %	все выплаты
1	$\frac{n}{n}S$	$\frac{n}{n}Sq$	$\frac{n}{n}S(q-1)$	$\frac{n}{n}S(q-1)+\frac{S}{n}$
2	$\frac{n-1}{n}S$	$\frac{n-1}{n}Sq$	$\frac{n-1}{n}S(q-1)$	$\frac{n-1}{n}S(q-1)+\frac{S}{n}$
.....	.....	.....	.....	.....
$n$	$\frac{1}{n}S$	$\frac{1}{n}Sq$	$\frac{1}{n}S(q-1)$	$\frac{1}{n}S(q-1)+\frac{S}{n}$
	0			

По условию задачи общая сумма выплат после его полного погашения составит 6 млн. рублей.

$$\begin{aligned} \text{Найдём сумму всех выплат: } & \frac{n}{n}S(q-1)+\frac{S}{n}+\frac{n-1}{n}S(q-1)+\frac{S}{n}+\dots+\frac{1}{n}S(q-1)+\frac{S}{n}= \\ & = S(q-1)\left(\frac{n}{n}+\frac{n-1}{n}+\dots+\frac{1}{n}\right)+\frac{S}{n}\cdot n=6, \quad q=1,1, S=5, \text{ то } 5\cdot(1,1-1)\cdot\left(\frac{\frac{n}{n}+\frac{1}{n}}{2}\right)+5=6, \\ & 0,5\cdot\left(\frac{n+1}{2}\right)=6-5, \quad \frac{n+1}{4}=1, \quad n+1=4, \quad n=3. \end{aligned}$$

Ответ: 3 года.

**Задача №3.** 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку за первые 12 месяцев?

**Решение.** Пусть  $S = 2,4$  млн. рублей – кредит,  $a = 3\%$ , то  $q = 1,03$ ,  $n = 24$  месяца.

н месяца	долг	долг с процентами (1-го числа месяца)	Выплаты %	все выплаты

1	$\frac{24}{24}S$	$\frac{24}{24}Sq$	$\frac{24}{24}S(q-1)$	$\frac{24}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	Первые 12 месяцев
2	$\frac{23}{24}S$	$\frac{23}{24}Sq$	$\frac{23}{24}S(q-1)$	$\frac{23}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
.....	.....	.....	.....	.....	
12	$\frac{13}{24}S$	$\frac{13}{24}Sq$	$\frac{13}{24}S(q-1)$	$\frac{13}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
13	$\frac{12}{24}S$	$\frac{12}{24}Sq$	$\frac{12}{24}S(q-1)$	$\frac{12}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
.....	.....	.....	.....	.....	
24	$\frac{1}{24}S$	$\frac{1}{24}Sq$	$\frac{1}{24}S(q-1)$	$\frac{1}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
	0				

Найдём выплаты банку за первые 12 месяцев.  $\frac{24}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} + \frac{23}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} + \dots +$

$$\frac{13}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} = S(q-1) \left( \frac{24}{24} + \frac{23}{24} + \dots + \frac{13}{24} \right) + \frac{S}{24} \cdot 12 = \frac{S}{2} + S(1,03 - 1) \left( \frac{\frac{13}{24} + \frac{24}{24}}{2} \cdot 12 \right) =$$

$$= \frac{S}{2} + 0,03S \cdot \frac{37}{4} = \frac{S}{2} + \frac{1,11S}{4} = \frac{2,4}{2} + \frac{1,11 \cdot 2,4}{4} = 1,2 + 0,666 = 1,866 \text{ млн. рублей} =$$

= 1 866 000 рублей.

Ответ: 1 866 000 рублей.

**Задача №4.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 5 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

**Решение.** Пусть  $S$  – кредит,  $a = 5\%$ ,  $n = 5$  месяцев.

n месяцев	долг	Долг с процентами (каждый январь)	Выплаты %	все выплаты
1	$\frac{5}{5}S$	$\frac{5}{5}Sq$	$\frac{5}{5}S(q-1)$	$\frac{5}{5}S(q-1) + \frac{S}{5}$
2	$\frac{4}{5}S$	$\frac{4}{5}Sq$	$\frac{4}{5}S(q-1)$	$\frac{4}{5}S(q-1) + \frac{S}{5}$
.....	.....	.....	.....	.....
5	$\frac{1}{5}S$	$\frac{1}{5}Sq$	$\frac{1}{5}S(q-1)$	$\frac{1}{5}S(q-1) + \frac{S}{5}$
	0			

$$\begin{aligned}
\text{Найдём сумму всех выплат: } & \frac{5}{5}S(q-1) + \frac{4}{5}S(q-1) + \frac{3}{5}S(q-1) + \dots + \frac{1}{5}S(q-1) + \frac{S}{5} = \\
& = S(q-1) \cdot \left( \frac{5}{5} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{1}{5} \right) + \frac{S}{5} \cdot 5 = S(q-1) \cdot \left( \frac{\frac{1}{5} + \frac{5}{5}}{2} \cdot 5 \right) + S = S(q-1) \cdot 3 + S =
\end{aligned}$$

$$= S(1,05 - 1) \cdot 3 + 5 = 0,15S + S = 1,15S$$

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования.

$$\frac{1,15S}{S} \cdot 100\% = 115\% .$$

Ответ: 115%.

**Задача №5.** 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

**Решение.** Пусть  $S = 2,4$  млн. рублей – кредит,  $a = 2\%$ , то  $q = 1,02$ ,  $n = 24$  месяца.

n месяца	долг	долг с процентами (1-го числа месяца)	выплаты %	все выплаты	
1	$\frac{24}{24}S$	$\frac{24}{24}Sq$	$\frac{24}{24}S(q-1)$	$\frac{24}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
2	$\frac{23}{24}S$	$\frac{23}{24}Sq$	$\frac{23}{24}S(q-1)$	$\frac{23}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
.....	.....	.....	.....	.....	
12	$\frac{13}{24}S$	$\frac{13}{24}Sq$	$\frac{13}{24}S(q-1)$	$\frac{13}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
13	$\frac{12}{24}S$	$\frac{12}{24}Sq$	$\frac{12}{24}S(q-1)$	$\frac{12}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	последние 12 месяцев
.....	.....	.....	.....	.....	
24	$\frac{1}{24}S$	$\frac{1}{24}Sq$	$\frac{1}{24}S(q-1)$	$\frac{1}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
	0				

Найдём выплаты банку за последние 12 месяцев.

$$\frac{12}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} + \frac{11}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} + \dots + \frac{1}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} =$$

$$\begin{aligned}
&= S(q-1) \cdot \left( \frac{12}{24} + \frac{11}{24} + \dots + \frac{1}{24} \right) + \frac{S}{24} \cdot 12 = \frac{S}{2} + S(1,02-1) \cdot \left( \frac{\frac{12}{24} + \frac{1}{24}}{2} \cdot 12 \right) = \\
&= \frac{S}{2} + 0,02S \cdot \frac{13}{4} = \frac{S}{2} + \frac{0,13S}{2} = \frac{2,4}{2} + \frac{0,13 \cdot 2,4}{2} = 1,2 + 0,156 = 1,356 \text{ млн. рублей} = \\
&= 1\ 356\ 000 \text{ руб.}
\end{aligned}$$

Ответ: 1 356 000 рублей.

**Задача №6.** Клиент банка планирует взять 15-го августа кредит на 17 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 18% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ ?

**Решение.** Пусть  $S$  – кредит, долг возрастает на  $r\%$ , то  $q = 1 + \frac{r}{100}$ ,  $n = 17$  месяцев.

n месяцев	долг	долг с процентами	выплаты %	все выплаты
1	$\frac{17}{17}S$	$\frac{17}{17}Sq$	$\frac{17}{17}S(q-1)$	$\frac{17}{17}S(q-1) + \frac{S}{17}$
2	$\frac{16}{17}S$	$\frac{16}{17}Sq$	$\frac{16}{17}S(q-1)$	$\frac{16}{17}S(q-1) + \frac{S}{17}$
.....	.....	.....	.....	.....
16	$\frac{2}{17}S$	$\frac{2}{17}Sq$	$\frac{2}{17}S(q-1)$	$\frac{2}{17}S(q-1) + \frac{S}{17}$
17	$\frac{1}{17}S$	$\frac{1}{17}Sq$	$\frac{1}{17}S(q-1)$	$\frac{1}{17}S(q-1) + \frac{S}{17}$
	0			

Найдём сумму всех выплат:

$$\begin{aligned}
&\frac{17}{17}S(q-1) + \frac{S}{17} + \frac{16}{17}S(q-1) + \frac{S}{17} + \dots + \frac{2}{17}S(q-1) + \frac{S}{17} + \frac{1}{17}S(q-1) + \frac{S}{17} = \\
&= S(q-1) \cdot \left( \frac{17}{17} + \frac{16}{17} + \dots + \frac{2}{17} + \frac{1}{17} \right) + \frac{S}{17} \cdot 17 = S(q-1) \cdot \left( \frac{\frac{17}{17} + \frac{1}{17}}{2} \cdot 17 \right) + S = S(q-1) \cdot 9 + S.
\end{aligned}$$

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 18% больше, чем сумма, взятая в кредит. Имеем:

$$\frac{S(q-1) \cdot 9 + S - S}{S} = \frac{18}{100}, \quad q-1 = 0,02, \quad q = 1,02, \text{ так как } q = 1 + \frac{r}{100}, \text{ то}$$

$$1 + \frac{r}{100} = 1,02, \quad \frac{r}{100} = 0,02, \quad r = 2.$$

Ответ: 2%.

### 3.2. Задачи для самостоятельного решения

**Задача №7.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн. рублей сроком на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $x\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите  $x$ , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,36 млн. рублей, а наименьший – не менее 0,856 млн. рублей.

**Задача №8.** В августе планируется взять кредит в банке на сумму 3 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июль каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в августе каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на август предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 5,1 млн. рублей?

**Задача №9.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 18 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 9 месяцев нужно выплатить банку 1 024 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

**Задача №10.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 5 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

**Задача №11.** 15 января планируется взять кредит в банке на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 2,34 млн. рублей?

**Задача №12.** 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

**Задача №13.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования на 15% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ ?

**Задача №14.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года кредитования нужно вернуть банку 958,5 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку за первые 12 месяцев?

**Задача №15.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 15 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что восьмая выплата составила 108 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

**Задача №16.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 18 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

**Задача №17.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 12 месяцев нужно выплатить банку 177,75 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

**Задача №18.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 25 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования на 39% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ ?

**Задача №19.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за последние 12 месяцев нужно выплатить банку 1597,5 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

**Задача №20.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 10 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 1,83 млн. рублей?

**Задача №21.** 15 января планируется взять кредит в банке на 14 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 1,3 млн. рублей?

**Задача №22.** 15 января планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 0,59 млн. рублей?

**Задача №23.** Клиент банка планирует взять 15-го августа кредит на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 15% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ ?

**Задача №24.** Клиент банка планирует взять 15-го августа кредит на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 25% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ ?

**Задача №25.** Клиент банка планирует взять 15-го августа кредит на 17 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 9% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ ?

**Задача №26.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 2 466 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

**Задача №27.** 15 января планируется взять кредит в банке на 8 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

## ОТВЕТЫ

### §1.

**7.** 6 лет. **8.** 10%. **9.** 2 916 000 рублей. **10.** 20%. **11.** 6 лет. **12.** 2 296 350 рублей. **13.** 9 лет.  
**14.** 6 409 000 рублей. **15.** 5 лет. **16.** 20%. **17.** 7 490 000 рублей. **18.** 6 лет. **19.** 10%.  
**20.** 5 152 900 рублей. **21.** 5 лет. **22.** 13%. **23.** 3 703 860 рублей. **24.** 5 лет. **25.** 12,5%.  
**26.** 6 лет.

### §2.

**4.** 300 000 рублей. **5.** 7 млн. рублей. **6.** 800 тысяч рублей. **7.** 30 %. **8.** 5 млн. рублей.  
**9.** 12,9 %. **10.** 17 %. **11.** 23,8 %. **12.** 15 %. **13.** 45 %. **14.** 27 %. **15.** 13 %.

### §3.

**7.** 7 %. **8.** 6 лет. **9.** 1 600 000 рублей. **10.** 3 %. **11.** 2 млн. рублей. **12.** 2 136 000 рублей.  
**13.** 3 %. **14.** 1 066 500 рублей. **15.** 1 620 000 рублей. **16.** 119 %. **17.** 300 000 рублей. **18.** 3 %.  
**19.** 3 000 000 рублей. **20.** 1,5 млн. рублей. **21.** 1 млн. рублей. **22.** 0,5 млн. рублей. **23.** 1,5 %.  
**24.** 2,5 %. **25.** 1 %. **26.** 2 034 000 рублей. **27.** 113,5 %.