

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Гимназия № 1»
Находкинского городского округа

Методическое пособие по математике

Задачи на кредитование

Автор работы:
Яновская Светлана Ивановна,
учитель математики

Оглавление

§1. Задачи на аннуитетные платежи (равные)	3
1.1. Задачи с разбором	3
1.2. Задачи для самостоятельного решения	6
§2. Задачи, в которых долг должен составлять часть кредита в соответствии с таблицей....	8
2.1. Задачи с разбором	8
2.2. Задачи для самостоятельного решения.....	11
§3. Задачи на дифференцированные платежи (неравные).....	15
3.1. Задачи с разбором	15
3.2. Задачи для самостоятельного решения.....	20
ОТВЕТЫ.....	25

§1. Задачи на аннуитетные платежи (равные)

1.1. Задачи с разбором

Задача №1. 31 декабря 2014 года Олег взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Олег переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 328 050 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 587 250 рублей, то за 2 года. Найдите a .

Решение. Введем обозначение S – кредит под $a\%$, X – транш (выплата), n – на сколько лет взят кредит, $b = 1 + \frac{a}{100\%}$. Имеем: если $X_1 = 328050, n = 4$ года; если $X_2 = 587250, n = 2$ года. Выразим каждый год кредита S_1, S_2, S_3, S_4 через переменные S, b, X . Найдем под какие проценты Олег взял кредит. Найдем b .

После первой выплаты сумма долга составит $S_1 = Sb - X$. После второй выплаты сумма долга составит $S_2 = S_1b - X = (Sb - X)b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - (b+1)X$. После третьей выплаты

сумма	долга	составит
-------	-------	----------

$S_3 = S_2b - X = (Sb^2 - (b+1)X)b - X = Sb^3 - (b^2 + b)X - X = Sb^3 - (b^2 + b + 1)X$.

После четвертой выплаты сумма оставшегося долга равна

$$S_4 = S_3b - X = (Sb^3 - (b^2 + b + 1)X)b - X = Sb^4 - (b^3 + b^2 + b)X - X = Sb^4 - (b^3 + b^2 + b + 1)X.$$

Так как Олег выплатит кредит за 4 года полностью, то $Sb^4 - (b^3 + b^2 + b + 1)X_1 = 0$, а если за 2 года полностью, то $Sb^2 - (b+1)X_2 = 0$.

$$\begin{cases} Sb^4 - (b^3 + b^2 + b + 1)X_1 = 0 \\ Sb^2 - (b+1)X_2 = 0 \end{cases} \quad \text{Из 1 уравнения } S = \frac{(b^3 + b^2 + b + 1)X_1}{b^4},$$

из 2 уравнения $S = \frac{(b+1)X_2}{b^2}$, приравняв правые части, имеем:

$$\frac{(b^3 + b^2 + b + 1)X_1}{b^4} = \frac{(b+1)X_2}{b^2}. \quad b^3 + b^2 + b + 1 = \frac{(b^3 + b^2 + b + 1)(b-1)}{(b-1)} = \frac{b^4 - 1}{b-1}.$$

$$\frac{(b^4 - 1)X_1}{(b-1)b^4} = \frac{(b+1)X_2}{b^2}, \quad (b^2 - 1)(b^2 + 1)b^2 X_1 = (b^2 - 1)b^4 X_2, \quad (b^2 + 1)X_1 = b^2 X_2,$$

$$b^2 X_1 + X_1 = b^2 X_2, \quad X_1 = b^2 X_2 - b^2 X_1, \quad X_1 = b^2(X_2 - X_1), \quad b^2 = \frac{X_1}{X_2 - X_1}.$$

$$b^2 = \frac{328050}{587250 - 328050} = \frac{328050^{50}}{259250} = \frac{6561^9}{5184} = \frac{729^9}{576} = \frac{81}{64}, \quad b = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}.$$

$$1 + \frac{a}{100} = 1\frac{1}{8}, \quad \frac{a}{100} = \frac{1}{8}, \quad a = \frac{100}{8} = \frac{25}{2} = 12,5\%.$$

Ответ: 12,5%.

Задача №2. 31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Решение. Имеем: $S=4\,290\,000$ рублей под $a=14,5\%$, $n=2$, $b=1+\frac{a}{100}=1+\frac{14,5}{100}=1,145$.

X-?

$$S_1 = Sb - X$$

$$S_2 = S_1 b - X = (Sb - X)b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - (b+1)X.$$

Дмитрий за два года выплатил долг, значит, $Sb^2 - (b+1)X = 0$, $X = \frac{Sb^2}{b+1}$.

$$X = \frac{4290000 \cdot 1,145 \cdot 1,145}{1,145 + 1} = \frac{4290 \cdot 1145 \cdot 1145}{2145} = \frac{2 \cdot 1145 \cdot 1145}{1} = 2290 \cdot 1145 = 2622050.$$

Ответ: 2 622 050 рублей.

Задача №3. 31 декабря 2014 года Василий взял в банке некоторую сумму в кредит под 11% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 11%), затем Василий переводит в банк 3 696 300 рублей. Какую сумму взял Василий в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Решение. Имеем: $n=2$ года, $X=3\,696\,300$, $a=11\%$, $b=1+\frac{a}{100}=1+\frac{11}{100}=1,11$. Найти S-?

$$S_1 = Sb - X$$

$$S_2 = S_1 b - X = (Sb - X)b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - (b+1)X.$$

Василий выплатил долг за два года, значит, $Sb^2 - (b+1)X = 0$, $S = \frac{(b+1)X}{b^2}$.

$$S = \frac{(1,11+1) \cdot 3696300}{1,11 \cdot 1,11} = \frac{2,11 \cdot 3696300}{1,11 \cdot 1,11} = \frac{211 \cdot 33300}{1,11} = 211 \cdot 30000 = 6330000.$$

Ответ: 6 330 000 рублей.

Задача №4. 31 декабря 2014 года Евгений взял в банке 1 000 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Евгений переводит очередной транш. Евгений выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 540 000 рублей, во второй 649 600 рублей. Найдите a .

Решение. Имеем: $S = 1\,000\,000$, $n=2$, $X_1 = 540000$, $X_2 = 649600$, $b = 1 + \frac{a}{100}$.

Найти $a\%$ -?

$$S_1 = Sb - X_1$$

$$S_2 = S_1 b - X_2 = (Sb - X_1)b - X_2 = Sb^2 - X_1 b - X_2.$$

Евгений выплатил кредит за два года, значит, $Sb^2 - X_1b - X_2 = 0$.

$$1000000b^2 - 540000b - 649600 = 0,$$

$$100b^2 - 54b - 64,96 = 0$$

$$D = 27^2 + 100 \cdot 64,96 = 729 + 6496 = 7225, \quad b_1 = \frac{27 + 85}{100} = 1,12, \quad b_2 = \frac{27 - 85}{100} = -0,58.$$

$$b_2 - \text{не подходит по смыслу задачи. } 1 + \frac{a}{100} = 1,12, \quad \frac{a}{100} = \frac{12}{100}, \quad a = 12\%.$$

Ответ: 12%.

Задача №5. Тимофей хочет взять в кредит 1 100 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Тимофей взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 270 000 рублей?

Решение. Заметим, что за 4 года Тимофей выплатит $270\,000 \cdot 4 = 1\,080\,000$ рублей. Таким образом, он не покроет долг с процентами. Каждый год долг увеличивается не более, чем $1\,100\,000 \cdot 0,1 = 110\,000$ рублей (10% годовых). За 4 года проценты составят $110\,000 \cdot 4 = 440\,000$ рублей, значит, Тимофей выплатит проценты за 2 года ($270\,000 \cdot 2 = 540\,000$). Следовательно, Тимофей может взять кредит на $4 + 2 = 6$ лет.

Или

$$\text{по формуле } S_1 = Sb - X, \quad S_2 = S_1b - X, \quad S_3 = S_2b - X, \dots, \quad b = 1 + \frac{10\%}{100\%} = 1,1.$$

После первой выплаты сумма долга составит $1\,100 \cdot 1,1 - 270 = 940$ (тыс. рублей);

После второй выплаты сумма долга составит $940 \cdot 1,1 - 270 = 764$ (тыс. рублей);

После третьей выплаты сумма долга составит $764 \cdot 1,1 - 270 = 570,4$ (тыс. рублей);

После четвертой выплаты сумма долга составит $570,4 \cdot 1,1 - 270 = 357,44$ (тыс. рублей);

После пятой выплаты сумма долга составит $357,44 \cdot 1,1 - 270 = 123,184$ (тыс. рублей);

После шестой выплаты сумма долга составит $123,184 \cdot 1,1 - 135,5024 = 0$ (тыс. рублей).

Ответ: 6 лет.

Задача №6. 31 декабря 2014 года Андрей взял в банке некоторую сумму в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Андрей переводит в банк 2 733 750 рублей. Какую сумму взял Андрей в банке, если он выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

Решение. Введем обозначение S – кредит под $a = 12,5\%$, $X = 2\,733\,750$ – транш (выплата), $n=3$ – на сколько лет взят кредит, $b = 1 + \frac{a}{100\%} = 1 + \frac{12,5}{100} = 1,125 = 1\frac{1}{8} = \frac{9}{8}$.

Найти S ?

После первой выплаты сумма долга составит $S_1 = Sb - X$. После второй выплаты сумма долга составит $S_2 = S_1b - X = (Sb - X)b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - (b+1)X$. После третьей

выплаты
сумма
долга
составит
 $S_3 = S_2b - X = (Sb^2 - (b+1)X)b - X = Sb^3 - (b^2 + b)X - X = Sb^3 - (b^2 + b + 1)X$. Так как
 Андрей выплатит кредит за 3 года полностью, то $S_3 = Sb^3 - (b^2 + b + 1)X = 0$,

$$S = \frac{(b^2 + b + 1)X}{b^3},$$

$$S = \frac{\left(\frac{81}{64} + \frac{9}{8} + \frac{8}{8}\right) \cdot 2733750}{\frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8}} = \frac{(81 + 72 + 64) \cdot 8 \cdot 2733750}{64 \cdot \frac{9 \cdot 9 \cdot 9}{64}} = \frac{217 \cdot 8 \cdot 2733750}{729} = 217 \cdot 8 \cdot 3750 =$$

$$= 30000 \cdot 217 = 6510000.$$

Ответ: 6 510 000 рублей.

1.2. Задачи для самостоятельного решения.

Задача №7. Степан хочет взять в кредит 1,2 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Степан взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 290 тысяч рублей?

Задача №8. 31 декабря 2014 года Родион взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Родион переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 1 464 100 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 2 674 100 рублей, то за 2 года. Под какой процент Родион взял деньги в банке?

Задача №9. 31 декабря 2014 года Сергей взял в банке 6 944 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Сергей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Сергей выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

Задача №10. 31 декабря 2014 года Петр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Петр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Петр взял деньги в банке?

Задача №11. 1 января 2015 года Тарас Павлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Тарас Павлович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Тарас Павлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 220 тысяч рублей?

Задача №12. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Задача №13. 1 января 2015 года Василий Михайлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Василий Михайлович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Василий Михайлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 137,5 тысяч рублей?

Задача №14. 31 декабря 2014 года Михаил взял в банке некоторую сумму в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Михаил переводит в банк 2 132 325 рублей. Какую сумму взял Михаил в банке, если он выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Задача №15. 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тысяч рублей?

Задача №16. 31 декабря 2014 года Никита взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Никита переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 073 600 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 3 513 600 рублей, то за 2 года. Под какой процент Никита взял деньги в банке?

Задача №17. 31 декабря 2014 года Владимир взял в банке некоторую сумму в кредит под 14% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14%), затем Владимир переводит в банк 4 548 600 рублей. Какую сумму взял Владимир в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Задача №18. Савелий хочет взять в кредит 1,4 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Савелий взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 330 тысяч рублей?

Задача №19. 31 декабря 2014 года Геннадий взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Геннадий переводит очередной транш. Геннадий выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 600 тыс. рублей, во второй 550 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Геннадию?

Задача №20. 31 декабря 2014 года Иван взял в банке 8 540 000 рублей в кредит под 13,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 13,5%), затем Иван переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Иван выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Задача №21. 1 января 2015 года Олег Владимирович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 3 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 3%), затем

Олег Владимирович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Олег Владимирович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тысяч рублей?

Задача №22. 31 декабря 2014 года Игорь взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Игорь переводит очередной транш. Игорь выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 580 тыс. рублей, во второй 621,5 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Игорю?

Задача №23. 31 декабря 2014 года Павел взял в банке 8 599 000 рублей в кредит под 14% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14%), затем Павел переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Павел выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

Задача №24. Федор хочет взять в кредит 1,2 млн. рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Федор взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 330 тысяч рублей?

Задача №25. 31 декабря 2014 года Максим взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Максим переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 1 640 250 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 2 936 250 рублей, то за 2 года. Под какой процент Максим взял деньги в банке?

Задача №26. Семен хочет взять в кредит 1,3 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Семен взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 320 тысяч рублей?

§2. Задачи, в которых долг должен составлять часть кредита в соответствии с таблицей

2.1. Задачи с разбором

Задача №1. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на сумму S млн. рублей, где S – целое число, на 4 года. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Год	2016	2017	2018	2019	2020
Долг (млн. руб.)	S	$0,7S$	$0,4S$	$0,2S$	0

Найдите наименьшее значение S , чтобы общая сумма была больше 20 млн.

Решение. S млн. рублей (целое число) – кредит, $n = 4$ года, долг возрастает на 20%, то

$$q = 1 + \frac{20}{100} = 1,2, \quad X_n \text{ -выплаты и } X_{1-4} > 20 \text{ млн. рублей.}$$

п лет	долг с процентами (каждый январь)	Выплаты (с февраля по июнь)	долг (млн. руб.) (в июле)	выплаты
2016			S	
2017	$1,2S$	$1,2S - X_1$	$0,7S$	$X_1 = 1,2S - 0,7S = 0,5S$
2018	$0,7S \cdot 1,2 = 0,84S$	$0,84S - X_2$	$0,4S$	$X_2 = 0,84S - 0,4S = 0,44S$
2019	$0,4S \cdot 1,2 = 0,48S$	$0,48S - X_3$	$0,2S$	$X_3 = 0,48S - 0,2S = 0,28S$
2020	$0,2S \cdot 1,2 = 0,24S$	$0,24S - X_4$	0	$X_4 = 0,24S - 0 = 0,24S$

Найдём общую сумму выплат:

$$X_{1-4} = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 0,5S + 0,44S + 0,28S + 0,24S = 1,46S.$$

По условию надо найти наименьшее значение S , чтобы общая сумма была больше

$$20 \text{ млн. рублей. Имеем: } 1,46S > 20, \quad S > \frac{20}{1,46}, \quad S > \frac{1000}{73}, \quad S > 13\frac{51}{73}. \quad S - \text{целое число, то}$$

$$S = 14.$$

Ответ: 14 млн. рублей.

Задача №2. 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн. рублей. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r - целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей:

дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1,0	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн. рублей.

Решение. $S = 1$ млн. рублей – кредит, $n = 6$ месяцев, долг увеличивается на $r\%$,

$$q = 1 + \frac{r}{100}, \quad X_n \text{ -выплаты и } X_n < 1,2 \text{ млн. рублей.}$$

п месяцев	Долг с процентами	с выплаты	Долг (млн. руб.)	Выплаты
01			1,0	

02	$1,0q$	$1,0q - X_1$	0,6	$X_1 = 1,0q - 0,6$
03	$0,6q$	$0,6q - X_2$	0,4	$X_2 = 0,6q - 0,4$
04	$0,4q$	$0,4q - X_3$	0,3	$X_3 = 0,4q - 0,3$
05	$0,3q$	$0,3q - X_4$	0,2	$X_4 = 0,3q - 0,2$
06	$0,2q$	$0,2q - X_5$	0,1	$X_5 = 0,2q - 0,1$
07	$0,1q$	$0,1q - X_6$	0	$X_6 = 0,1q - 0 = 0,1q$

Найдём общую сумму выплат: $X_{1-6} = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$,

$$X_{1-6} = 1,0q - 0,6 + 0,6q - 0,4 + 0,4q - 0,3 + 0,3q - 0,2 + 0,2q - 0,1 + 0,1q = 2,6q - 1,6.$$

По условию общая сумма выплат меньше 1,2 млн. рублей. Имеем: $2,6q - 1,6 < 1,2$,

$$2,6q < 2,8, \quad q < \frac{28}{26}, \quad q < 1\frac{1}{13}. \quad q = 1 + \frac{r}{100}, \quad 1 + \frac{r}{100} < 1\frac{1}{13}, \quad \frac{r}{100} < \frac{1}{13}, \quad r < \frac{100}{13},$$

$r < 7\frac{9}{13}$. Найдите наибольшее значение r , где r - целое число, то $r = 7$.

Ответ: 7%.

Задача №3. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн. рублей, где S – целое число. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (млн. руб.)	S	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн. рублей.

Решение. S млн. рублей (целое число) – кредит, $n = 3$ года, долг увеличивается на 15%,

$$q = 1 + \frac{15}{100} = 1,15, \quad X_n - \text{выплаты.}$$

п лет	долг с процентами (каждый январь)	Выплаты (с февраля по июнь)	долг (млн руб) (в июле)	выплаты
2016			S	
2017	$1,15S$	$1,15S - X_1$	$0,8S$	$X_1 = 1,15S - 0,8S = 0,35S$
2018	$0,8S \cdot 1,15 = 0,92S$	$0,92S - X_2$	$0,5S$	$X_2 = 0,92S - 0,5S = 0,42S$
2019	$0,5S \cdot 1,15 = 0,575S$	$0,575S - X_3$	0	$X_3 = 0,575S - 0 = 0,575S$

По условию каждая из выплат будет меньше 4 млн. рублей. Имеем:

$$\begin{cases} S < \frac{400}{35}, \\ S < \frac{400}{42}, \\ S < \frac{4000}{575}; \end{cases} \begin{cases} S < 11\frac{3}{7}, \\ S < 9\frac{11}{21}, \\ S < 6\frac{22}{23}; \end{cases} \quad S = 6, \text{ так как } S - \text{наибольшее целое число.}$$

Ответ: 6 млн. рублей.

2.2. Задачи для самостоятельного решения

Задача №4. В июле 2018 года планируется взять кредит в банке на шесть лет в размере S тыс. рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в тыс. рублей)	S	$0,9S$	$0,8S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	0

Найдите S , если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 327 тысяч рублей.

Задача №5. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн. рублей, где S – целое число. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (млн. руб.)	S	$0,6S$	$0,25S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн. рублей.

Задача №6. В июле 2018 года планируется взять кредит в банке на шесть лет в размере S тыс. рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 1% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в тыс. рублей)	S	$0,9S$	$0,8S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	0

Найдите S , если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 836 тысяч рублей.

Задача №7. Виктор Петрович взял в банке кредит 2 000 000 рублей на 5 лет при условии;

- долг будет возвращаться пятью платежами, производимыми в конце каждого из пяти лет;
- имеющийся в начале каждого (начиная с первого) года долг будет в конце года увеличиваться на 10%;
- в конце года, уже после начисления процентов, долг необходимо погасить в такой сумме, указанной в таблице:

Год	1	2	3	4	5
Текущий долг (в руб.)	1 600 000	1 200 000	800 000	400 000	0

На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Задача №8. В конце декабря 2016 года планируется взять кредит в банке на год в размере N млн. рублей, где N – целое число. Условия возврата таковы:

- в течение первого месяца каждого квартала долг увеличивается на 2% по сравнению с долгом на конец предыдущего квартала;
- в течение второго месяца каждого квартала необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- долг на начало каждого должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Квартал	1	2	3	4
Долг (млн. руб.)	N	$0,8N$	$0,5N$	0

Найдите наименьшее значение N , при котором каждая из выплат будет больше 1 млн. рублей.

Задача №9. В конце сентября 2016 года планируется взять кредит в банке на год. Условия возврата таковы:

- в течение первого месяца каждого квартала долг увеличивается на 6% по сравнению с долгом на конец предыдущего квартала;
- в течение второго месяца каждого квартала необходимо выплатить одним платежом часть долга;

- долг на начало каждого должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Квартал	1	2	3	4
Долг (в процентах)	100	75	40	0

На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Задача №10. Индивидуальному предпринимателю 15 марта был выдан кредит на приобретение оборудования. В нижеследующей таблице указан график его погашения. Текущий долг указывается в процентах:

Дата	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07	15.08	15.09
Текущий долг	100%	80%	65%	45%	30%	20%	0%

В конце каждого месяца, начиная с марта, банк увеличивает текущий долг на 5%. После этого в первой половине последующего месяца вкладчик обязан внести в банк такую сумму, чтобы оставшийся долг стал равным указанному в таблице текущему долгу на 15 число этого месяца. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Задача №11. Индивидуальному предпринимателю 15 июня был выдан кредит на приобретение оборудования. В нижеследующей таблице указан график его погашения.

Текущий долг указывается в процентах:

Дата	15.06	15.07	15.08	15.09	15.10	15.11	15.12
Текущий долг	100%	85%	65%	40%	30%	20%	0%

В конце каждого месяца, начиная с июня, банк увеличивает текущий долг на 7%. После этого в первой половине последующего месяца вкладчик обязан внести в банк такую сумму, чтобы оставшийся долг стал равным указанному в таблице текущему долгу на 15 число этого месяца. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Задача №12. Предприниматель 15 мая обратился в банк с просьбой о предоставлении кредита. В таблице представлен график его погашения. Текущий долг выражается в процентах от кредита.

Дата	15.05	15.06	15.07	15.08	15.09	15.10
Текущий долг	100%	80%	60%	40%	20%	0%

В конце каждого месяца, начиная с мая, текущий долг увеличивается на 5%, а выплаты по погашению кредита должны происходить с 1 по 14 число каждого месяца, начиная с

июня. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Задача №13. Виктория Игоревна взяла в банке кредит 1 500 000 рублей на 5 лет при условии;

- долг будет возвращаться пятью платежами, производимыми в конце каждого из пяти лет;
- имеющийся в начале каждого (начиная с первого) года долг будет в конце года увеличиваться на 15%;
- в конце года, уже после начисления процентов, долг необходимо погасить в таком объёме, чтобы остаток был равен сумме, указанной в таблице:

Год	1	2	3	4	5
Текущий долг (в руб.)	1 200 000	900 000	600 000	300 000	0

На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Задача №14. Предприниматель 20 июня взял кредит в банк на развития бизнеса. В таблице представлен график его погашения. Текущий долг выражается в процентах от кредита.

Дата	20.06	20.07	20.08	20.09	20.10	20.11	20.12
Текущий долг	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с июня, текущий долг увеличивается на 6%, а выплаты по погашению кредита должны происходить в первой половине каждого месяца, начиная с июля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Задача №15. 15 января Андрей планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1,2 млн. рублей. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r - целое число;
- выплата должна производиться ежемесячно в период со 2-го по 14-е число каждого месяца;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн. рублей)	1,2	1	0,8	0,6	0,3	0,1	0

Найдите наименьшее значение r , при котором Андрею в общей сумме придётся выплатить больше 1,7 млн. рублей.

§3. Задачи на дифференцированные платежи (неравные)

3.1. Задачи с разбором

Задача №1. В июне планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн. рублей сроком на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $p\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите p , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,3 млн. рублей, а наименьший – не менее 0,49 млн. рублей.

Решение. Пусть $S = 4$ млн. рублей – кредит, $q = 1 + \frac{p}{100}$, $n = 10$ лет.

n лет	долг	долг с процентами (каждый январь)	выплаты	все выплаты
1	$\frac{10}{10} S$	$\frac{10}{10} S q$	$\frac{10}{10} S(q-1)$	$\frac{10}{10} S(q-1) + \frac{S}{10}$
2	$\frac{9}{10} S$	$\frac{9}{10} S q$	$\frac{9}{10} S(q-1)$	$\frac{9}{10} S(q-1) + \frac{S}{10}$
.....
10	$\frac{1}{10} S$	$\frac{1}{10} S q$	$\frac{1}{10} S(q-1)$	$\frac{1}{10} S(q-1) + \frac{S}{10}$
	0			

По условию наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,3 млн. рублей, то есть $\frac{10}{10} S(q-1) + \frac{S}{10} \leq 1,3$, а наименьший – не менее 0,49 млн. рублей, то есть

$\frac{1}{10} S(q-1) + \frac{S}{10} \geq 0,49$. $S = 4$ млн. рублей. Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{10}{10} \cdot 4(q-1) + \frac{4}{10} \leq 1,3, \\ \frac{1}{10} \cdot 4(q-1) + \frac{4}{10} \geq 0,49; \end{cases} \quad \begin{cases} 4(q-1) + 0,4 \leq 1,3, \\ 0,4(q-1) + 0,4 \geq 0,49; \end{cases} \quad \begin{cases} 4(q-1) \leq 0,9, \\ 0,4(q-1) \geq 0,09; \end{cases} \quad \begin{cases} (q-1) \leq \frac{0,9}{4}, \\ (q-1) \geq \frac{0,09}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} q-1 \leq \frac{9}{40}, \\ q-1 \geq \frac{9}{40}; \end{cases} \quad \begin{cases} q \leq 1 + \frac{9}{40}, \\ q \geq 1 + \frac{9}{40}; \end{cases} \quad q = 1 + \frac{9}{40}, \text{ так как } q = 1 + \frac{p}{100}, \text{ то } 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{9}{40}, \quad \frac{p}{100} = \frac{9}{40},$$

$$p = \frac{9 \cdot 100}{40} = \frac{45}{2} = 22,5.$$

Ответ: 22,5%.

Задача №2. В мае планируется взять кредит на сумму 5 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по апрель каждый год необходимо выплатить часть долга;
- в мае каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на май предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 6 млн. рублей?

Решение. Пусть $S = 5$ млн. рублей – кредит, $a = 10\%$, то $q = 1,1$, n (целое число) лет.

n лет	долг	долг с процентами (каждый январь)	выплаты %	все выплаты
1	$\frac{n}{n} S$	$\frac{n}{n} S q$	$\frac{n}{n} S(q-1)$	$\frac{n}{n} S(q-1) + \frac{S}{n}$
2	$\frac{n-1}{n} S$	$\frac{n-1}{n} S q$	$\frac{n-1}{n} S(q-1)$	$\frac{n-1}{n} S(q-1) + \frac{S}{n}$
.....
n	$\frac{1}{n} S$	$\frac{1}{n} S q$	$\frac{1}{n} S(q-1)$	$\frac{1}{n} S(q-1) + \frac{S}{n}$
	0			

По условию задачи общая сумма выплат после его полного погашения составит 6 млн. рублей.

Найдём сумму всех выплат: $\frac{n}{n} S(q-1) + \frac{S}{n} + \frac{n-1}{n} S(q-1) + \frac{S}{n} + \dots + \frac{1}{n} S(q-1) + \frac{S}{n} =$

$$= S(q-1) \left(\frac{n}{n} + \frac{n-1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right) + \frac{S}{n} \cdot n = 6, \quad q = 1,1, S = 5, \text{ то } 5 \cdot (1,1 - 1) \cdot \left(\frac{\frac{n}{n} + \frac{1}{n}}{2} \cdot n \right) + 5 = 6,$$

$$0,5 \cdot \left(\frac{n+1}{2} \right) = 6 - 5, \quad \frac{n+1}{4} = 1, \quad n+1 = 4, \quad n = 3.$$

Ответ: 3 года.

Задача №3. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку за первые 12 месяцев?

Решение. Пусть $S = 2,4$ млн. рублей – кредит, $a = 3\%$, то $q = 1,03$, $n = 24$ месяца.

n месяца	долг	долг с процентами (1-го числа месяца)	Выплаты %	все выплаты
----------	------	---------------------------------------	-----------	-------------

1	$\frac{24}{24}S$	$\frac{24}{24}Sq$	$\frac{24}{24}S(q-1)$	$\frac{24}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	Первые 12 месяцев
2	$\frac{23}{24}S$	$\frac{23}{24}Sq$	$\frac{23}{24}S(q-1)$	$\frac{23}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
.....	
12	$\frac{13}{24}S$	$\frac{13}{24}Sq$	$\frac{13}{24}S(q-1)$	$\frac{13}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
13	$\frac{12}{24}S$	$\frac{12}{24}Sq$	$\frac{12}{24}S(q-1)$	$\frac{12}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
.....	
24	$\frac{1}{24}S$	$\frac{1}{24}Sq$	$\frac{1}{24}S(q-1)$	$\frac{1}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
	0				

Найдём выплаты банку за первые 12 месяцев. $\frac{24}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} + \frac{23}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} + \dots +$

$$\frac{13}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} = S(q-1) \left(\frac{24}{24} + \frac{23}{24} + \dots + \frac{13}{24} \right) + \frac{S}{24} \cdot 12 = \frac{S}{2} + S(1,03 - 1) \left(\frac{\frac{13}{24} + \frac{24}{24}}{2} \cdot 12 \right) =$$

$$= \frac{S}{2} + 0,03S \cdot \frac{37}{4} = \frac{S}{2} + \frac{1,11S}{4} = \frac{2,4}{2} + \frac{1,11 \cdot 2,4}{4} = 1,2 + 0,666 = 1,866 \text{ млн. рублей} =$$

= 1 866 000 рублей.

Ответ: 1 866 000 рублей.

Задача №4. 15-го января планируется взять кредит в банке на 5 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

Решение. Пусть S – кредит, $a = 5\%$, то $q = 1,05$, $n = 5$ месяцев.

п месяцев	долг	Долг с процентами (каждый январь)	Выплаты %	все выплаты
1	$\frac{5}{5}S$	$\frac{5}{5}Sq$	$\frac{5}{5}S(q-1)$	$\frac{5}{5}S(q-1) + \frac{S}{5}$
2	$\frac{4}{5}S$	$\frac{4}{5}Sq$	$\frac{4}{5}S(q-1)$	$\frac{4}{5}S(q-1) + \frac{S}{5}$
.....
5	$\frac{1}{5}S$	$\frac{1}{5}Sq$	$\frac{1}{5}S(q-1)$	$\frac{1}{5}S(q-1) + \frac{S}{5}$
	0			

Найдём сумму всех выплат: $\frac{5}{5}S(q-1) + \frac{S}{5} + \frac{4}{5}S(q-1) + \frac{S}{5} + \dots + \frac{1}{5}S(q-1) + \frac{S}{5} =$

$$= S(q-1) \cdot \left(\frac{5}{5} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{1}{5} \right) + \frac{S}{5} \cdot 5 = S(q-1) \cdot \left(\frac{\frac{1}{5} + \frac{5}{5}}{2} \cdot 5 \right) + S = S(q-1) \cdot 3 + S =$$

$$= S(1,05 - 1) \cdot 3 + 5 = 0,15S + S = 1,15S$$

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования.

$$\frac{1,15S}{S} \cdot 100\% = 115\%.$$

Ответ: 115%.

Задача №5. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

Решение. Пусть $S = 2,4$ млн. рублей – кредит, $a = 2\%$, то $q = 1,02$, $n = 24$ месяца.

п месяца	долг	долг с процентами (1-го числа месяца)	выплаты %	все выплаты	
1	$\frac{24}{24}S$	$\frac{24}{24}Sq$	$\frac{24}{24}S(q-1)$	$\frac{24}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
2	$\frac{23}{24}S$	$\frac{23}{24}Sq$	$\frac{23}{24}S(q-1)$	$\frac{23}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
.....	
12	$\frac{13}{24}S$	$\frac{13}{24}Sq$	$\frac{13}{24}S(q-1)$	$\frac{13}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
13	$\frac{12}{24}S$	$\frac{12}{24}Sq$	$\frac{12}{24}S(q-1)$	$\frac{12}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	последние 12 месяцев
.....	
24	$\frac{1}{24}S$	$\frac{1}{24}Sq$	$\frac{1}{24}S(q-1)$	$\frac{1}{24}S(q-1) + \frac{S}{24}$	
	0				

Найдём выплаты банку за последние 12 месяцев.

$$\frac{12}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} + \frac{11}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} + \dots + \frac{1}{24}S(q-1) + \frac{S}{24} =$$

$$= S(q-1) \cdot \left(\frac{12}{24} + \frac{11}{24} + \dots + \frac{1}{24} \right) + \frac{S}{24} \cdot 12 = \frac{S}{2} + S(1,02-1) \cdot \left(\frac{\frac{12}{24} + \frac{1}{24}}{2} \cdot 12 \right) =$$

$$= \frac{S}{2} + 0,02S \cdot \frac{13}{4} = \frac{S}{2} + \frac{0,13S}{2} = \frac{2,4}{2} + \frac{0,13 \cdot 2,4}{2} = 1,2 + 0,156 = 1,356 \text{ млн. рублей} =$$

$$= 1\,356\,000 \text{ руб.}$$

Ответ: 1 356 000 рублей.

Задача №6. Клиент банка планирует взять 15-го августа кредит на 17 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 18% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r ?

Решение. Пусть S – кредит, долг возрастает на $r\%$, то $q = 1 + \frac{r}{100}$, $n = 17$ месяцев.

п месяцев	долг	долг с процентами	выплаты %	все выплаты
1	$\frac{17}{17}S$	$\frac{17}{17}Sq$	$\frac{17}{17}S(q-1)$	$\frac{17}{17}S(q-1) + \frac{S}{17}$
2	$\frac{16}{17}S$	$\frac{16}{17}Sq$	$\frac{16}{17}S(q-1)$	$\frac{16}{17}S(q-1) + \frac{S}{17}$
.....
16	$\frac{2}{17}S$	$\frac{2}{17}Sq$	$\frac{2}{17}S(q-1)$	$\frac{2}{17}S(q-1) + \frac{S}{17}$
17	$\frac{1}{17}S$	$\frac{1}{17}Sq$	$\frac{1}{17}S(q-1)$	$\frac{1}{17}S(q-1) + \frac{S}{17}$
	0			

Найдём сумму всех выплат:

$$\frac{17}{17}S(q-1) + \frac{S}{17} + \frac{16}{17}S(q-1) + \frac{S}{17} + \dots + \frac{2}{17}S(q-1) + \frac{S}{17} + \frac{1}{17}S(q-1) + \frac{S}{17} =$$

$$= S(q-1) \cdot \left(\frac{17}{17} + \frac{16}{17} + \dots + \frac{2}{17} + \frac{1}{17} \right) + \frac{S}{17} \cdot 17 = S(q-1) \cdot \left(\frac{\frac{17}{17} + \frac{1}{17}}{2} \cdot 17 \right) + S = S(q-1) \cdot 9 + S.$$

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 18% больше, чем сумма, взятая в кредит. Имеем:

$$\frac{S(q-1) \cdot 9 + S - S}{S} = \frac{18}{100}, \quad q-1 = 0,02, \quad q = 1,02, \text{ так как } q = 1 + \frac{r}{100}, \text{ то}$$

$$1 + \frac{r}{100} = 1,02, \quad \frac{r}{100} = 0,02, \quad r = 2.$$

Ответ: 2%.

3.2. Задачи для самостоятельного решения

Задача №7. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн. рублей сроком на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $x\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите x , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,36 млн. рублей, а наименьший – не менее 0,856 млн. рублей.

Задача №8. В августе планируется взять кредит в банке на сумму 3 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июль каждый год необходимо выплатить часть долга;
- в августе каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на август предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 5,1 млн. рублей?

Задача №9. 15-го января планируется взять кредит в банке на 18 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 9 месяцев нужно выплатить банку 1 024 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Задача №10. 15-го января планируется взять кредит в банке на 5 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

Задача №11. 15 января планируется взять кредит в банке на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 2,34 млн. рублей?

Задача №12. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

Задача №13. 15-го января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования на 15% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r ?

Задача №14. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года кредитования нужно вернуть банку 958,5 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку за первые 12 месяцев?

Задача №15. 15-го января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что восьмая выплата составила 108 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

Задача №16. 15-го января планируется взять кредит в банке на 18 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

Задача №17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 12 месяцев нужно выплатить банку 177,75 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Задача №18. 15-го января планируется взять кредит в банке на 25 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования на 39% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r ?

Задача №19. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за последние 12 месяцев нужно выплатить банку 1597,5 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Задача №20. 15-го января планируется взять кредит в банке на 10 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 1,83 млн. рублей?

Задача №21. 15 января планируется взять кредит в банке на 14 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 1,3 млн. рублей?

Задача №22. 15 января планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 0,59 млн. рублей?

Задача №23. Клиент банка планирует взять 15-го августа кредит на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 15% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r ?

Задача №24. Клиент банка планирует взять 15-го августа кредит на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 25% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r ?

Задача №25. Клиент банка планирует взять 15-го августа кредит на 17 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 9% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r ?

Задача №26. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 2 466 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

Задача №27. 15 января планируется взять кредит в банке на 8 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

ОТВЕТЫ

§1.

7. 6 лет. **8.** 10%. **9.** 2 916 000 рублей. **10.** 20%. **11.** 6 лет. **12.** 2 296 350 рублей. **13.** 9 лет. **14.** 6 409 000 рублей. **15.** 5 лет. **16.** 20%. **17.** 7 490 000 рублей. **18.** 6 лет. **19.** 10%. **20.** 5 152 900 рублей. **21.** 5 лет. **22.** 13%. **23.** 3 703 860 рублей. **24.** 5 лет. **25.** 12,5%. **26.** 6 лет.

§2.

4. 300 000 рублей. **5.** 7 млн. рублей. **6.** 800 тысяч рублей. **7.** 30 %. **8.** 5 млн. рублей. **9.** 12,9 %. **10.** 17 %. **11.** 23,8 %. **12.** 15 %. **13.** 45 %. **14.** 27 %. **15.** 13 %.

§3.

7. 7 %. **8.** 6 лет. **9.** 1 600 000 рублей. **10.** 3 %. **11.** 2 млн. рублей. **12.** 2 136 000 рублей. **13.** 3 %. **14.** 1 066 500 рублей. **15.** 1 620 000 рублей. **16.** 119 %. **17.** 300 000 рублей. **18.** 3 %. **19.** 3 000 000 рублей. **20.** 1,5 млн. рублей. **21.** 1 млн. рублей. **22.** 0,5 млн. рублей. **23.** 1,5 %. **24.** 2,5 %. **25.** 1 %. **26.** 2 034 000 рублей. **27.** 113,5 %.