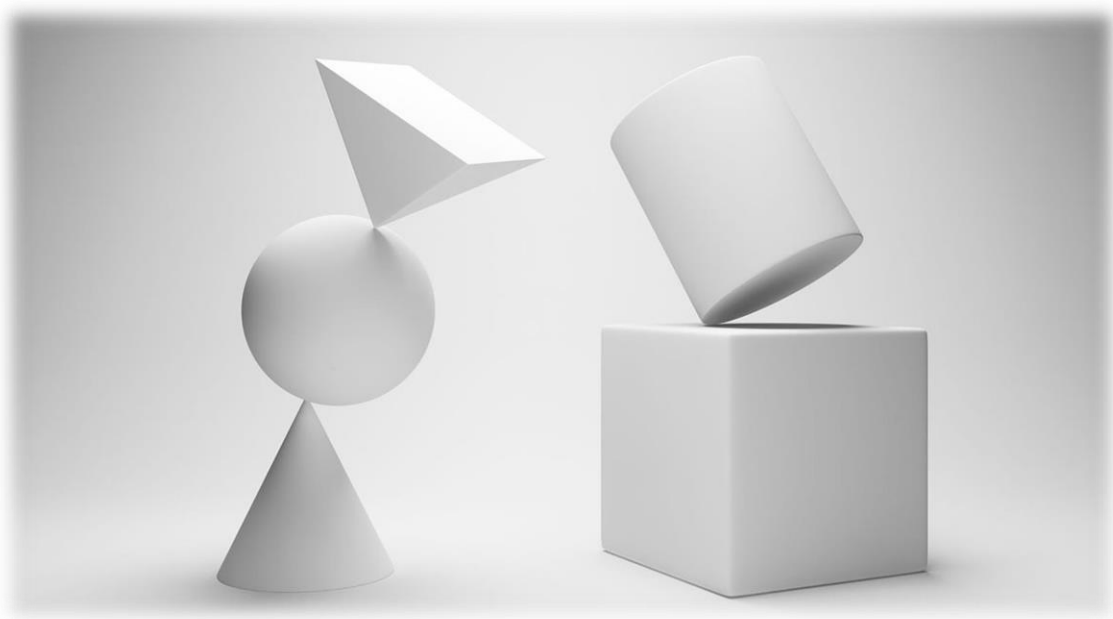


ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«СТАРООСКОЛЬСКИЙ ТЕХНИКУМ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО ОУД.07 МАТЕМАТИКА

для студентов специальности
43.02.17 Технологии индустрии красоты



Старый Оскол

2024г.

Рабочая тетрадь для выполнения самостоятельных работ составлена в соответствии с рабочей программой ФГОС СПО по ОУД.07 Математика для специальности 43.02.17 Технологии индустрии красоты

Разработчик:

Козловский Владислав Владимирович, преподаватель ОГАПОУ
«Старооскольский техникум технологий и дизайна»

Пояснительная записка

Рабочая тетрадь для выполнения самостоятельных работ составлена в соответствии с рабочей программой ФГОС СПО по ОУД.07 Математика для специальности 43.02.17 Технологии индустрии красоты, 43.02.15 Поварское и кондитерское дело, 46.02.01 Документационное обеспечение, управление и архивоведение.

Применение рабочей тетради в процессе изучения данной учебной дисциплины направлено на получение следующих результатов:

- *личностных:*

- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

- *метапредметных:*

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности;

- умение самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность;

- умение выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности;

- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем;

- способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

- *предметных:*

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;

- сформированность представлений о математических понятиях как

важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления, понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;

- применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей и умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин.

Содержание

Раздел 1. Развитие понятия о числе. Целые и рациональные числа. Действительные числа	6 стр.
Раздел 2. Корни, степени и логарифмы. Корни и степени. Корни натуральной степени из числа и их свойства	13 стр.
Раздел 3. Прямые и плоскости в пространстве. Аксиомы стереометрии и простейшие следствия из них	22 стр.
Раздел 4. Векторы и координаты. Векторы на плоскости и в пространстве. Действия над векторами с заданными координатами.	30 стр.
Раздел 5. Основы тригонометрии. Радианное измерение углов и дуг. Тригонометрические функции числового аргумента, знаки их значений.	36 стр.
Раздел 6. Функции, их свойства и графики. Функции, их свойства и графики. Числовая функция	56 стр.
Раздел 7. Многогранники. Геометрическое тело, его поверхность. Многогранники. Призма.	76 стр.
Раздел 8. Тела и поверхности вращения. Поверхность вращения. Тело вращения. Цилиндр. Конус.	82 стр.
Раздел 9. Начала математического анализа. Производная. Свойства производной.	88 стр.
Справочная информация	101 стр.
Список используемых источников	108 стр.

Раздел 1. Развитие понятия о числе

Целые и рациональные числа. Действительные числа

Справочная информация:

Числовые множества

N – множество натуральных чисел	}	R – множество всех действительных чисел
Z – множество целых чисел		
Q – множество рациональных чисел		
I – множество иррациональных чисел		

Рациональные числа

Обыкновенные дроби.

Обыкновенная дробь – это число вида m/n , где m и n – натуральные числа. Число m называется числителем дроби, n – знаменателем.

Всякое натуральное число можно представить в виде обыкновенной дроби со знаменателем 1.

Дробь m/n называется правильной, если её числитель меньше знаменателя, и неправильной, если её числитель больше знаменателя или равен ему.

Основное свойство дроби: если числитель и знаменатель данной дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится дробь, равная данной.

Десятичные дроби.

Десятичная дробь – это любая числовая дробь, знаменатель которой равен 10, 100, 1000 и вообще $10n$.

В виде десятичной дроби можно представить любую обыкновенную дробь, знаменатель которой является делителем некоторой степени числа 10.

Десятичная запись — это форма записи десятичных дробей, где целая часть отделяется от дробной с помощью обычной точки или запятой. При этом сам разделитель (точка или запятая) называется десятичной точкой.

Бесконечная десятичная дробь – после запятой содержится бесконечно много десятичных знаков.

Теорема. Любую обыкновенную дробь можно представить в виде бесконечной десятичной дроби.

Последовательно повторяющаяся группа цифр (минимальная) после запятой в десятичной записи числа называется периодом, а бесконечная десятичная дробь, имеющая такой период в своей записи, называется периодической. Для краткости принято период записывать один раз, заключая его в круглые скобки:

$0,2121... = 0, (21)$ – чистая периодическая дробь, так как период начинается сразу после запятой;

$2,3454545... = 2,3(45)$; $2, 73 = 2,73000... = 2,73(0)$ – смешанные периодические дроби, так как между запятой и периодом есть другие десятичные знаки.

Правило перевода бесконечной периодической дроби в обыкновенную.

Чтобы обратить периодическую дробь в обыкновенную, надо из числа, стоящего до второго периода, вычесть число, стоящее до первого периода, и записать эту разность числителем, а в знаменателе написать цифру 9 столько раз, сколько цифр в периоде, и после девяток дописать столько нулей, сколько цифр между запятой и первым периодом.

Пример.

$$0, (45) = (45-0)/99 = 5/11;$$

$$3,1(73) = (3173-31)/990 = 3142/990 = 1571/495.$$

Задание для самостоятельной работы.

Обратить периодическую дробь в обыкновенную:

$$0, (3); 2) 0,2(1); 3) 0,2(19); 4) 3,(73); 5) 2,2(41).$$

Стандартный вид положительного действительного числа.

Любое положительное число a можно представить в виде $a_{(1)} \cdot 10^n$,

Где $1 \leq a_{(1)} < 10$, а n – целое число.

Показатель n называют порядком числа.

Примеры.

$$a = 395 = 3,95 \cdot 10^2;$$

$$a = 4,13 = 4,13 \cdot 10^0;$$

$$a = 0,0023 = 2,3 \cdot 10^{-3}.$$

Приближённые значения чисел. Абсолютная и относительная погрешности.

При округлении десятичной дроби до какого-нибудь разряда все следующие за этим разрядом цифры заменяют нулями, а если они стоят после запятой, то их отбрасывают.

Если первая следующая за этим разрядом цифра больше или равна пяти, то последнюю оставшуюся цифру увеличивают на 1.

Если же первая следующая за этим разрядом цифра меньше 5, то последнюю оставшуюся цифру не изменяют.

Примеры округления чисел:

$$6,527 \rightarrow 6,52, 195 \rightarrow 2,20, 950 \rightarrow 1,00, 850 \rightarrow 0,8$$

$$0,456 \rightarrow 0,5, 1,450 \rightarrow 1,44, 851 \rightarrow 4,90, 05 \rightarrow 0,0$$

1. Охарактеризуйте значение математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

2. Какие числа называются натуральными?

3. Какие числа называются рациональными?

4. Какие числа называются иррациональными?

5. Какие числа называются действительными?

Вычисления с приближенными данными

Справочная информация:

Приближённые вычисления — вычисления, в которых данные и результат (или, по крайней мере, только результат) являются числами, лишь приближённо представляющими истинные значения соответствующих величин. Приближённое значение величины записывается следующим образом: $x \approx a$

Округление с избытком и округление с недостатком.

Приближение чисел с недостатком и с избытком

Найти приближение числа с недостатком
и с избытком до 0,1

Пусть $a = 5,67$

Тогда $5,6 < a < 5,7$

$a = 5,67 \approx 5,6$ с недостатком

$a = 5,67 \approx 5,7$ с избытком

ОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Какие бывают погрешности?

2. Что такое абсолютная погрешность?

3. Что такое относительная погрешность?

4. Как найти приближённое значение суммы приближённых значений?

5. Как найти приближенное значение разности приближенных значений?

6. Как найти приближенное значение произведения приближенных значений?

7. Как найти приближенное значение частного приближенных значений?

Практические задания:

Задание 1.

Оцените относительную погрешность приближенного значения следующих чисел:

1) 0,145 с точностью до сотых



[illegible]

2) $A=78,1$, $B=45,458$

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a uniform pattern of small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings present.

Раздел 2. Корни, степени и логарифмы

Корни и степени. Корни натуральной степени из числа и их свойства

Справочная информация:

ЛОГАРИФМЫ

Логарифм числа

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести число a , чтобы получить число b	
Обозначается: $\log_a b$ $a > 0; a \neq 1; b > 0$	Читается: логарифм b по основанию a
Показательное равенство	Логарифмическое равенство
$a^x = b$	$x = \log_a b$
x — показатель степени;	x — логарифм числа a по основанию b ;
a — основание степени;	a — основание логарифма;
b — степень числа a	b — число, стоящее под знаком логарифма

$$2^7 = 128 \Leftrightarrow \log_2 128 = 7;$$

$$\log_3 \frac{1}{9} = -2 \Leftrightarrow 3^{-2} = \frac{1}{9}; \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 125 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{5}} 125 = -3$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называют корнем n -степени из числа?

2. Перечислите основные свойства корней.

Практические задания:

Задание 1

Вынести множитель из-под знака корня:

- $$\begin{array}{lllll} 1) \sqrt{20}; & 2) \sqrt{27}; & 3) \sqrt{96}; & 4) \sqrt{48}; & 5) \\ \sqrt{50}; & & & & \\ 2) \quad 6) \sqrt{108} & 7) \sqrt{28}; & 8) \sqrt{366}; & 9) \frac{1}{3}\sqrt{18}; & 10) \\ \frac{2}{5}\sqrt{50}; & 11) -\frac{1}{7}\sqrt{98}; & 12) -\frac{2}{5}\sqrt{275} & & \end{array}$$

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a uniform pattern of small squares across the entire page. There are no margins, text, or other markings present.

Степени с рациональными показателями

Справочная информация:

Свойства степеней с натуральным показателем:

- $a^0=1$ $3^0=1$
- $a^1=a$ $3^1=3$
- $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$ $3^{-2} = \frac{1}{9}$

1. Степень с рациональным показателем.

Вычислить $\sqrt[4]{5^{12}}$.

Так как $5^{12} = (5^3)^4$, то $\sqrt[4]{5^{12}} = \sqrt[4]{(5^3)^4} = 5^3 = 125$

Таким образом, можно записать $\sqrt[4]{5^{12}} = 125 = 5^3$

или $\sqrt[4]{5^{12}} = 5^{\frac{12}{4}}$.

Точно также можно записать, что $\sqrt[5]{7^{-15}} = 7^{-\frac{15}{5}}$.

Точно также можно записать, что $\sqrt[5]{7^{-15}} = 7^{-\frac{15}{5}}$.

Если n – натуральное число, $n \geq 2$, m – целое число и частное $\frac{m}{n}$ является целым числом, то при $a > 0$ справедливо равенство

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}. \quad (1)$$

По условию $\frac{m}{n} = k$ – целое число, откуда $m = nk$.

Применяя свойства степени и арифметического корня, получаем

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^{kn}} = \sqrt[n]{(a^k)^n} = a^k = a^{\frac{m}{n}}.$$

Если же частное $\frac{m}{n}$ не является целым числом, то степень $a^{\frac{m}{n}}$, где $a > 0$, определяют так, чтобы осталась верной формула (1), т.е. и в этом случае считают, что $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Таким образом, формула (1) справедлива для любого целого числа m и любого натурального числа $n \geq 2$ и $a > 0$.

Например:

$$16^4 = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^3 = 8;$$

Напомним, что рациональное число r – это число вида $\frac{m}{n}$, где m – целое, n – натуральное число.

Тогда по формуле (1) получаем $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Таким образом, степень определена для любого рационального показателя r и любого положительного основания a .

$\sqrt[n]{0^m} = 0$. Поэтому считают, что при $r > 0$ выполняется равенство $0^r = 0$.

Так как $\frac{m}{n} = \frac{mk}{nk}$, где n и k – натуральные числа, m – целое число, то при любом $a > 0$

$$a_n^{\overline{m}} = a_{nk}^{\overline{mk}}. \quad (2)$$

Например, $8^{\frac{5}{15}} = 8^{\frac{1}{3}} = 2$.

1. Что называют степенью с рациональным показателем?

Задание № 1

Представьте выражение в виде корня:

1) $2^{\frac{3}{5}}$; 2) $a^{-\frac{3}{4}}$; 3) $-6b^{-\frac{2}{5}}$; 4) $b^{\frac{2}{3}} * c^{\frac{2}{7}}$

[illegible]

Практические задания:

Задание 1

1.1. Вычислить: 1) $81 * 3^{-4}$; 2) $9^{-6} * 9^5$;

3) $(3^{-1})^5 * 27^2$;

4) $6^0 : 6^{-3}$

5) $9^{-2} : 3^{-6}$;

6) $125^{-4} : 25^{-5}$

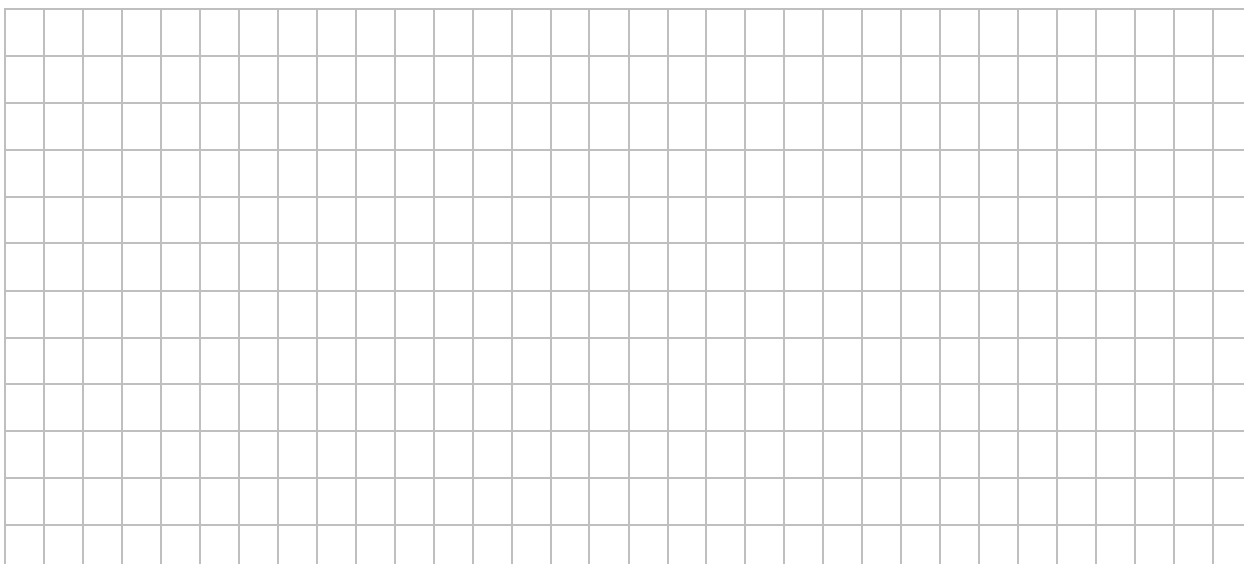
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

1.2. Упростить выражение: 1) $0,5a^5 \cdot 10a^{-2}b$; 2) $2,4x^{-3}y^{-6} \cdot \frac{7}{8}xy$;

3) $\frac{5}{4}m^{-3}n^5 * 16m^3n^{-2}$;

$$4) \quad 6p^{-2}q^{-3} * \frac{1}{6} p^2 q^{-4}$$

[illegible]



Логарифмы и их свойства

Справочная информация:

Логарифмом положительного числа b по положительному и не равному единице основанию a называется показатель степени, в который надо возвести число a , чтобы получилось b .

$\log_a b = c (b > 0; a > 0; a \neq 1)$ тогда и только тогда, когда $a^c = b$

Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b$$

Свойства логарифмов	Основные соотношения
$\log_a 1 = 0$	Логарифм произведения: $\log_c (ab) = \log_c a + \log_c b$
$\log_a \frac{1}{a} = -1$	Логарифм частного: $\log_c \left(\frac{a}{b} \right) = \log_c a - \log_c b$
$\log_a a = 1$	Логарифм степени: $\log_c a^k = k \cdot \log_c a$
$\log_{a^m} a = \frac{1}{m}$	Переход к новому основанию: $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$
$\log_a a^m = m$	
$\log_{a^m} a^n = \frac{n}{m}$	

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называют логарифмом?

2. Перечислите свойства логарифмов.

[illegible]

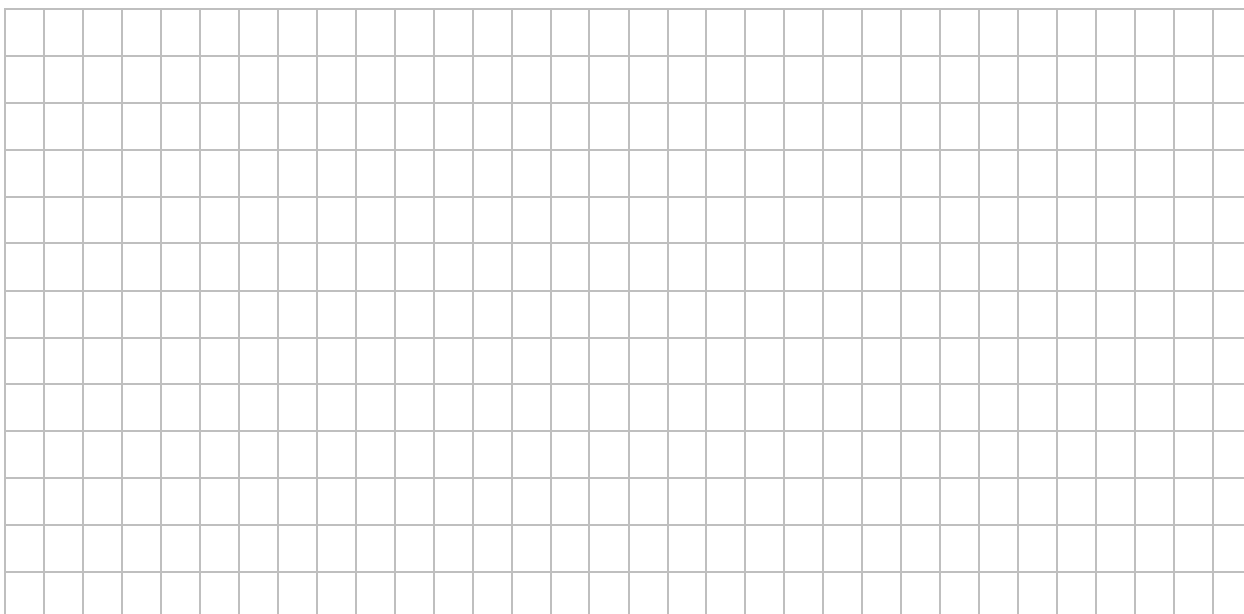
Практические задания:

Задание № 1

1.1 Вычислить: а) $\log_{\frac{1}{3}} 9$; б) $\log_{-5} \frac{1}{25}$; в) $\log_{-2} \frac{1}{8}$;

Г) $\log_{12} 1$; Д) $\lg 100000$ Е) $\log_{\frac{1}{8}} 64$; Ж) $\log_3 \frac{1}{81}$; З) $\log_{\frac{1}{5}} 625$

[illegible]



1.2 Вычислить: 1) $\log_2 2 - \log_2 16$; 2) $\log_3 \frac{1}{8} + \log_3 8$; 3) $\log_5 7 - \log_5 \frac{7}{25}$;
4) $\lg 14 - \lg 140$; 5) $\log_4 32 - \log_4 2$; 6) $\log_{0,3} 9 - 2\log_{0,3} 10$
; 7) $\log_2 11 - \log_2 22$



ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое стереометрия?

2. Перечислите основные фигуры в пространстве.

3. Как изображается плоскость?

4. Сформулируйте аксиомы стереометрии.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

5. Сформулируйте следствия из аксиом стереометрии.

**Угол между прямыми. Признак параллельности прямой и плоскости.
Признак параллельности плоскостей
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ**

1. Какие прямые в пространстве называются параллельными?

2. Сформулируйте признак параллельности прямых.

3. Какие прямые в пространстве называются скрещивающимися?

4. Сформулируйте признак скрещивающихся прямых

5. Сформулируйте признак параллельности прямой и плоскости.

6. Сформулируйте признак параллельности плоскостей.

Параллельное проектирование и его свойства. Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование.

Справочная информация:

Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если угол между ними составляет 90° .

Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости.

Если прямая перпендикулярна каждой из двух пересекающихся прямых плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости.

Свойства перпендикулярных прямой и плоскости:

1. Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.
2. Прямая, перпендикулярная одной из двух параллельных плоскостей, перпендикулярна и другой плоскости.
3. Две плоскости, перпендикулярные одной и той же прямой, параллельны между собой

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Сформулируйте свойства фигур на плоскости.

2. Какая прямая, пересекающая плоскость, называется прямой, перпендикулярной этой плоскости?

3. Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Практические задания:

Задание 1

1. Площадь плоского многоугольника равна 120 см^2 . Вычислите площадь проекции этого многоугольника на плоскость, составляющую с плоскостью многоугольника угол равный 45° .
2. Вычислить площадь плоского многоугольника, если площадь его ортогональной проекции равна 60 см^2 и двугранный угол между плоскостью многоугольника и плоскостью его проекции равен 30° .
3. Найти площадь ортогональной проекции треугольника со сторонами 13 см, 14 см и 15 см, если угол между плоскостью треугольника и плоскостью проекции равен 60° .

**Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.
Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность
двух плоскостей**

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называют перпендикуляром к плоскости?

2. Что называют основанием перпендикуляра?

3. Что называют наклонной?

4. Что называют основанием наклонной?

5. Что называют проекцией наклонной?

6. Что называют углом между прямой и плоскостью?

7. Сформулируйте теорему о трех перпендикулярах и обратную.

8. Что называют двугранным углом?

9. Что называют гранью?

10. Что называют ребром?

11. Что называют углом между плоскостями?

12. Сформулируйте признак перпендикулярности двух плоскостей.

Раздел 4. Векторы и координаты

Векторы на плоскости и в пространстве. Действия над векторами с заданными координатами.

Справочная информация:

Вектором (от лат. *vector* – «переносчик») называется направленный отрезок, имеющий длину и определенное направление. Графически векторы изображаются в виде направленных отрезков прямой определенной длины.

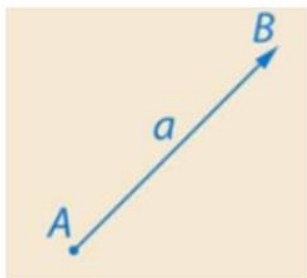


Рис. 1. Вектор

Вектор, начало которого есть точка A , а конец – точка B , обозначается $\overline{AB}$ (см. Рис. 1). Также векторы обозначают одной маленькой буквой, например $\vec{a}$.

$$\overline{AB} = \vec{a}$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое вектор?

2. Как обозначаются векторы?

3. Какие векторы называются одинаково направленными?

4. Какие векторы называются противоположно направленными?

5. Что такое абсолютная величина вектора?

6. Какой вектор называется нулевым?

7. По какой формуле находятся координаты вектора на плоскости?

8. По какой формуле находятся координаты вектора в пространстве?

9. По какой формуле находится сумма векторов на плоскости?

10. По какой формуле находится сумма векторов в пространстве?

11. По какой формуле находится произведение векторов на плоскости?

12. По какой формуле находится произведение векторов в пространстве?

13. По какой формуле находится скалярное произведение векторов на плоскости?

14. По какой формуле находится скалярное произведение векторов в пространстве?

**Длина вектора. Угол между векторами. Расстояние между точками.
Уравнение прямой. Уравнение окружности.**

Справочная информация:

Угол между векторами - это угол между их направлениями

Угол между сонаправленными векторами равен 0.

Угол между противоположно направленными векторами равен

Угол между ортогональными векторами равен.

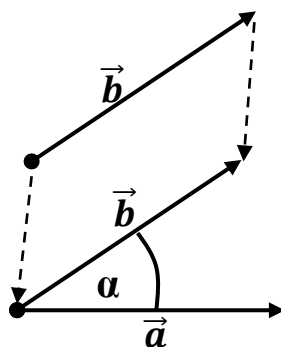


Рис. 1

Формула вычисления угла между векторами:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} ; \cos \alpha = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. По какой формуле находится длина вектора?

2. Что называют углом между векторами?

3. По какой формуле находится расстояние между точками?

4. Какой вид имеет общее уравнение прямой?

5. Опишите частные случаи общего уравнения прямой.

6. Какой вид имеет уравнение окружности?

Практические задания:

Задание 1.1

Найти расстояние между точками:

1) $(3;5)$ и $(3;4)$;

2) $(2;1)$ и $(-5;1)$

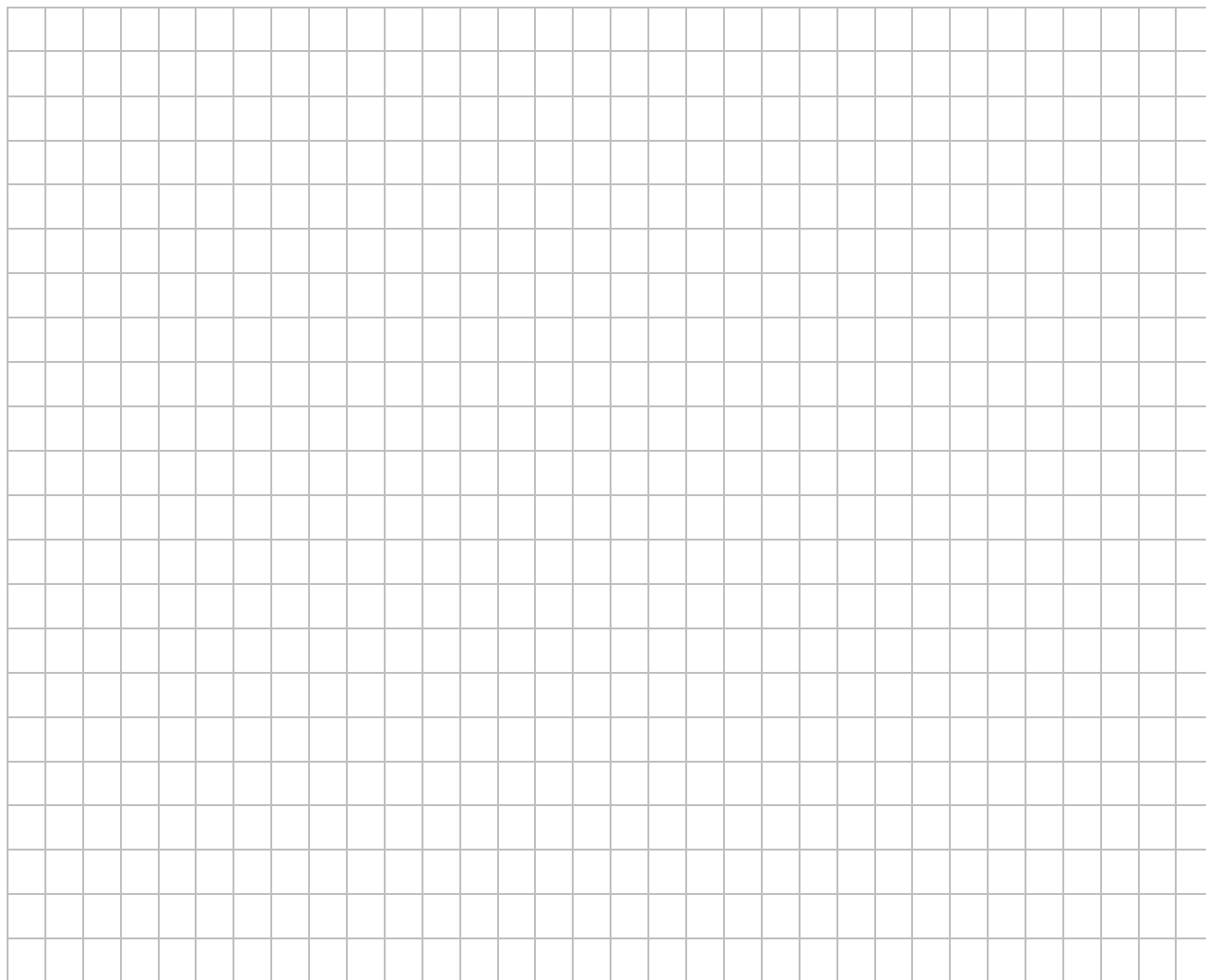


Задание 1.2 Даны точки A (1; -2; -3), B (2; -3; 0), C (3; 1; -9), D (-1; 1; -12).
Вычислить расстояние между точками:

1) A и C;

2) B и D;

3) C и D.



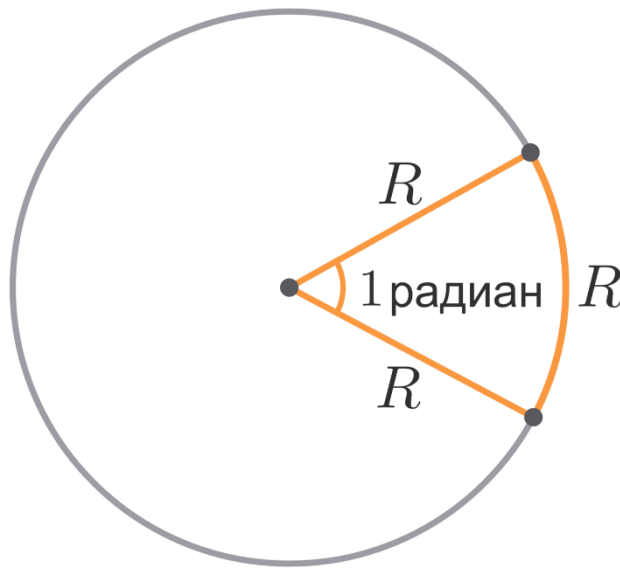
Раздел 5. Основы тригонометрии

Радианное измерение углов и дуг. Тригонометрические функции числового аргумента, знаки их значений.

Справочная информация:

Один градус — это угол, равный $\frac{1}{180}$ части развернутого угла (обозначается 1°).

Один радиан - это центральный угол окружности, опирающийся на дугу с длиной, равной радиусу этой окружности (обозначается рад).



ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называют радианной мерой угла?

2. Что является единицей радианной меры угла?

3. Формула перехода от градусной меры угла к радианной?

4. Формула перехода от радианной меры угла к градусной?

5. Что такое синус числа?

6. Что такое косинус числа?

7. Что такое тангенс числа?

8. Что такое котангенс числа?

9. Какие функции называются тригонометрическими?

10. Какие знаки имеют синус, косинус, тангенс и котангенс по четвертям?

Практические задания:

Задание 1

1. Найти радианную меру углов: 36^0 ; 72 ; 3100

[illegible]

Задание 1.1

Найти $\operatorname{tg} L$, если $\operatorname{ctg} L=0,2$. $L \in \text{III}$ четверти

[illegible]

Задание 1.2 Упростить выражения: 1) $1 - \cos^2 L$; 2) $\sin^2 L + 2 + \cos^2 L$

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a series of small, uniform squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

6. Запишите формулы сложения.

7. Запишите формулы двойного и половинного аргумента.

Практические задания:

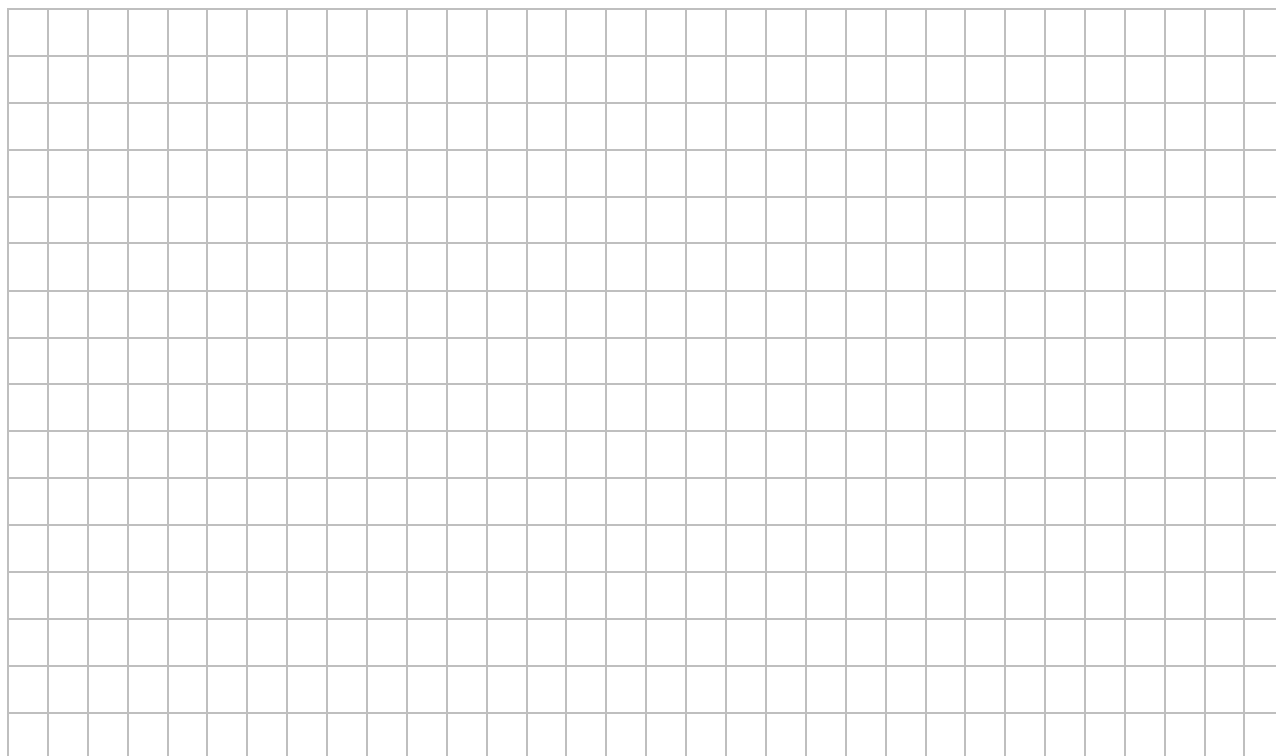
Задание 1.1

Упростить выражения:

1) $\sin 20^\circ \cos 40^\circ + \cos 20^\circ \sin 40^\circ$

2) $\sin 45^\circ \cos 15^\circ - \cos 45^\circ \sin 15^\circ$





Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Запишите свойства функции $y = \sin x$ и постройте схематично график.

График:

2. Запишите свойства функции $y = \cos x$ и постройте схематично график.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

График:

3. Запишите свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и постройте схематично график.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

График:

4. Запишіть властивості функції $y = \operatorname{ctg} x$ і побудуйте схематично графік.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are approximately 20 lines visible. The paper has a slight shadow on the right side, suggesting it's resting on a surface. There is no handwriting or other markings on the paper.

График:

5. Запишите свойства функции $y = \arcsin x$ и постройте схематично график.

This image shows a full page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a template for handwriting practice or general writing. There are no margins, text, or other markings on the page.

График:

6. Запишите свойства функции $y = \arccos x$ и постройте схематично график.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

График:

7. Запишите свойства функции $y = \arctg x$ и постройте схематично график.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

График:

8. Запишите свойства функции $y = \operatorname{arctg} x$ и постройте схематично график.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

График:

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Какие уравнения называются тригонометрическими?

2. Какие неравенства называются тригонометрическими?

3. Запишите формулу корня тригонометрического уравнения $\sin x = a$.

4. Запишите формулу корней тригонометрического уравнения $\cos x = a$.

5. Запишите формулу корня тригонометрического уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

6. Запишите формулу корня тригонометрического уравнения $\operatorname{ctg} x = a$.

Практические задания:

Задание 1.1

Решить уравнения:

$$1) \cos x = -\frac{1}{2}$$

[illegible]

2) $\operatorname{tg} x = 0$

[illegible]

3) $\sin x = -1$

[illegible]

Задание 1.2

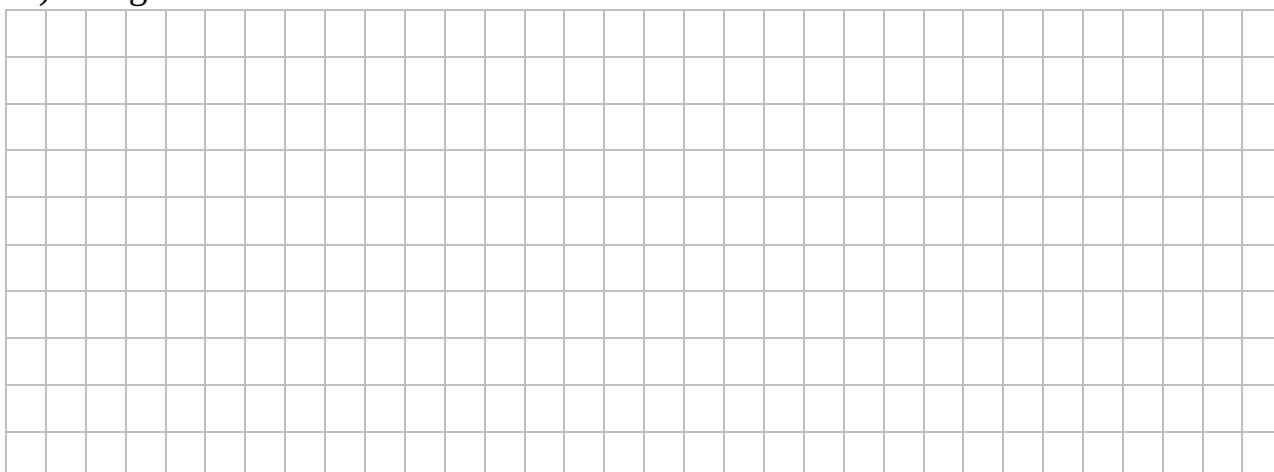
1) $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$



2) $2 \sin x = 1$

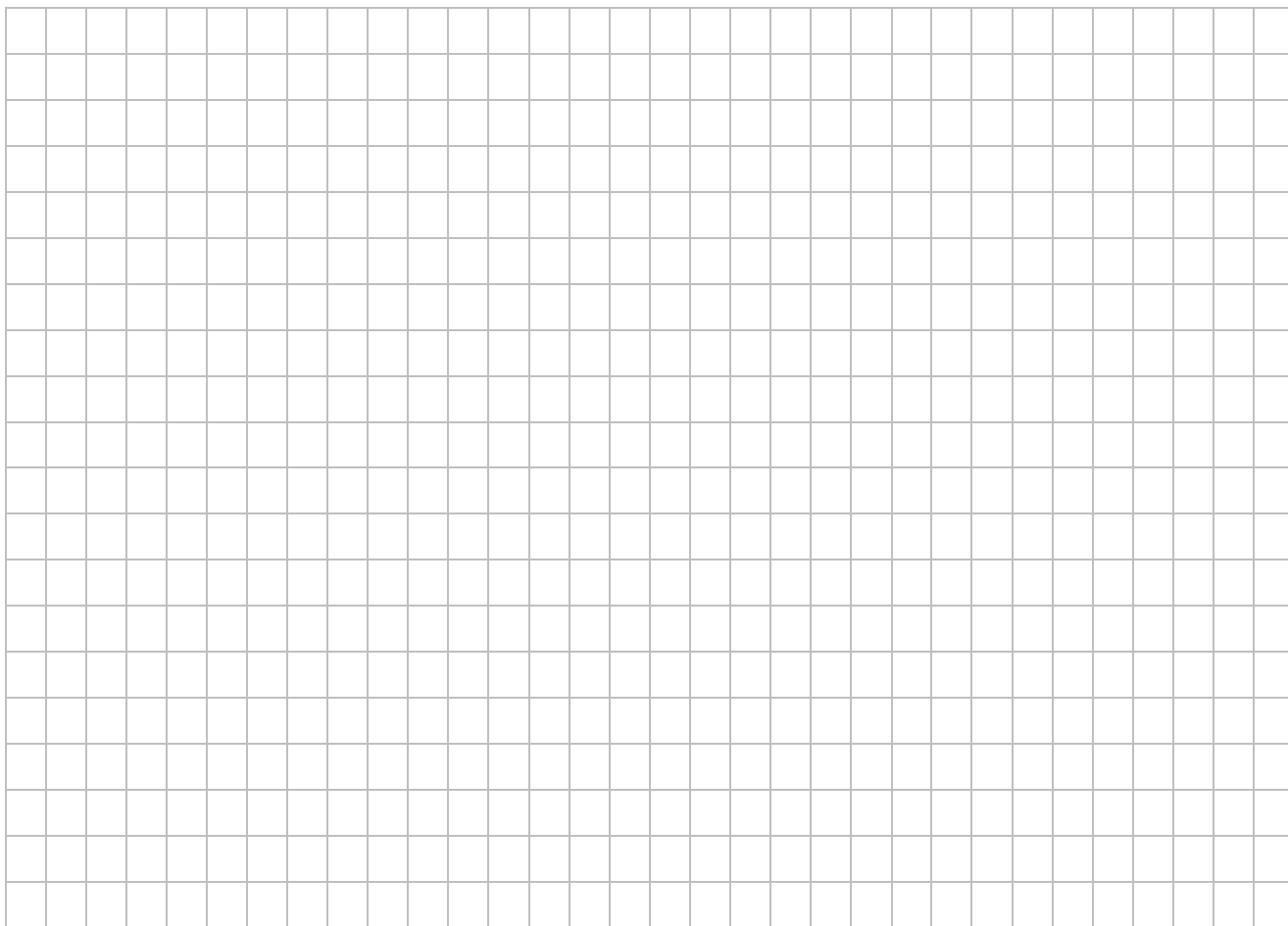


3) $\sqrt{3} \operatorname{tg} 3x = 1$

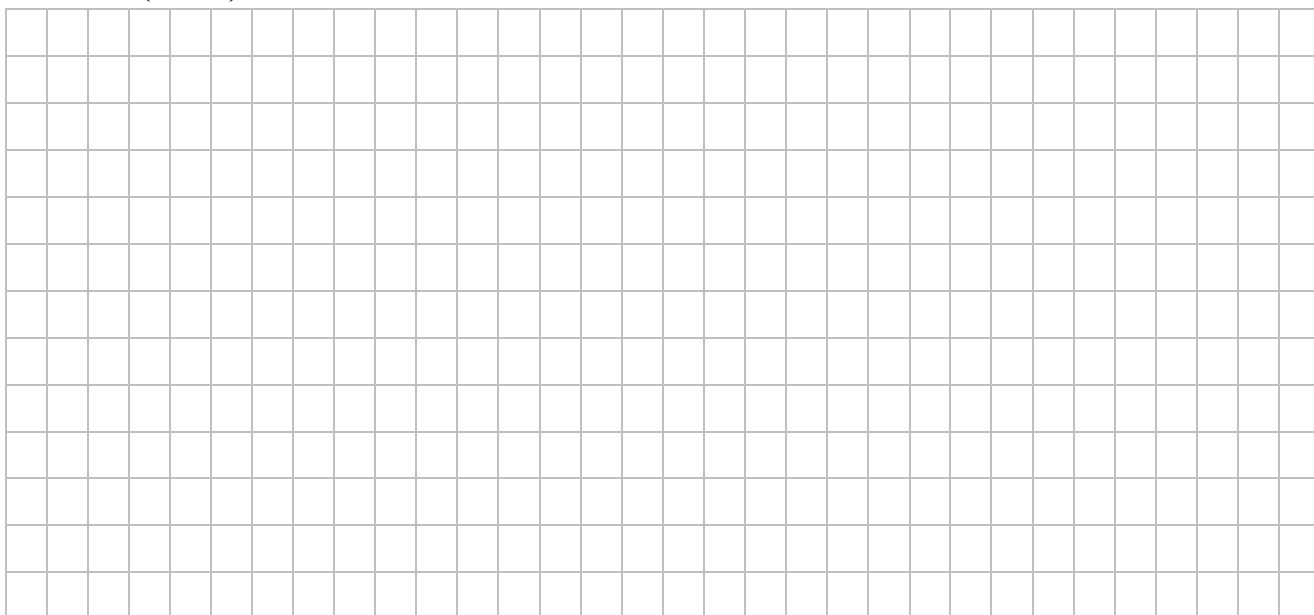


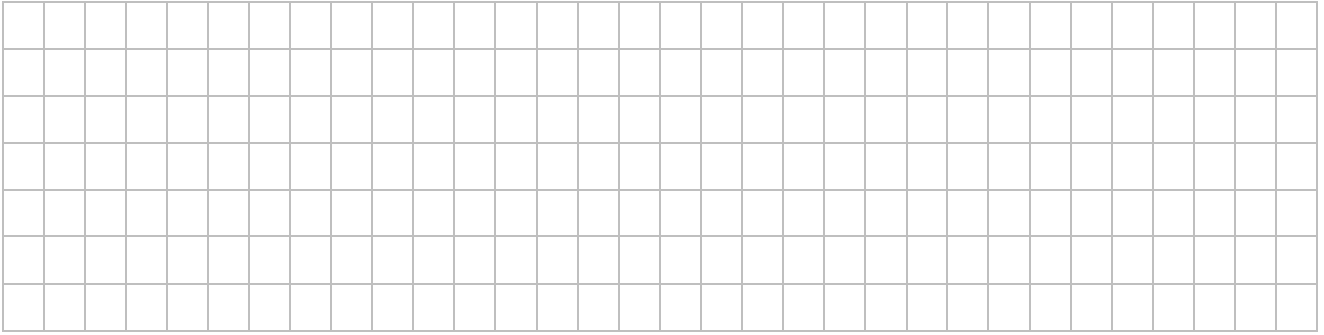
Задание 1.3

1) $\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2} \right) = \sqrt{3}$

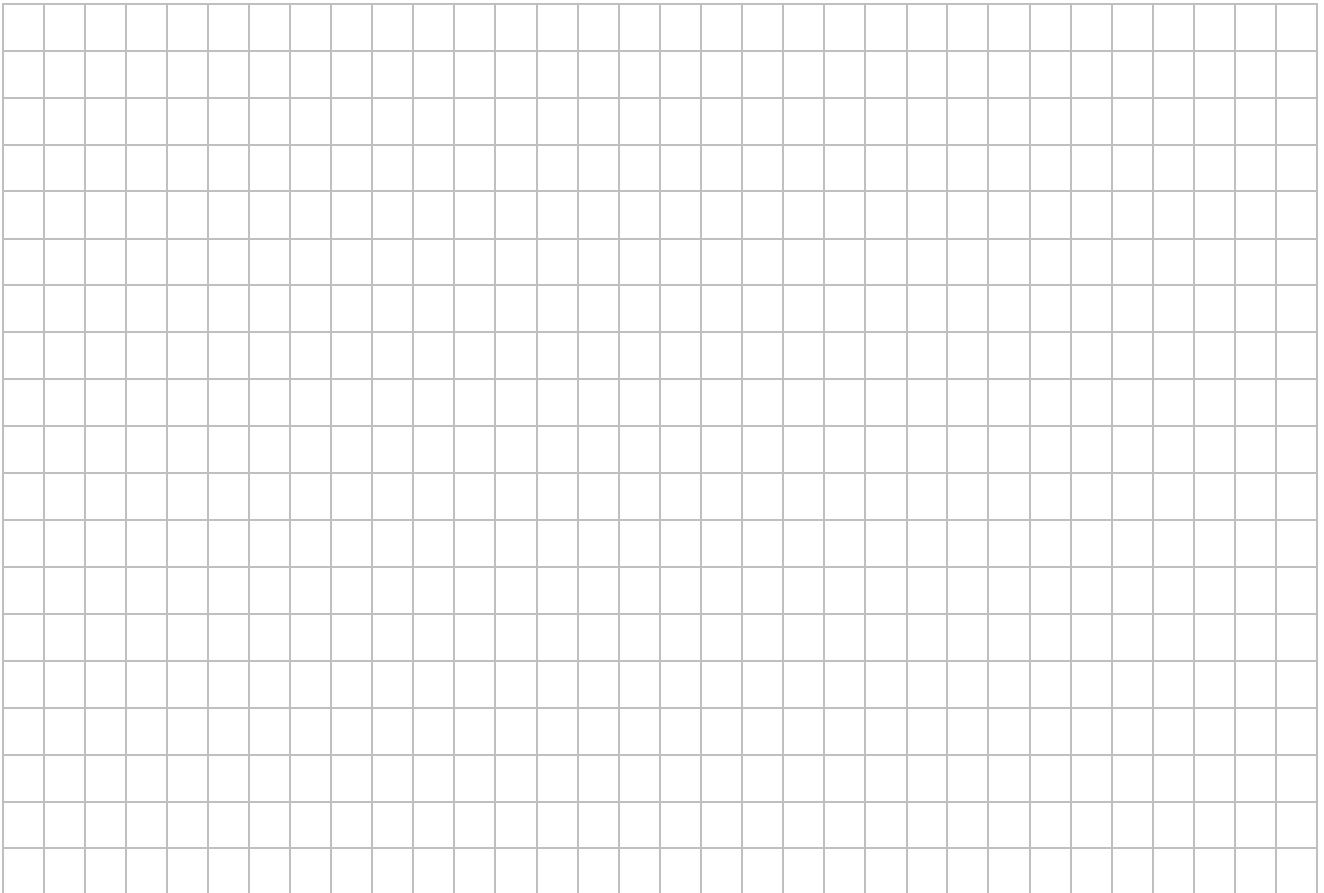


2) $2\sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{4} \right) = \sqrt{2}$





$$3) 2\cos\left(\frac{3\pi}{4} + 2x\right) = -\sqrt{2}$$



Раздел 6. Функции, их свойства и графики

Функции, их свойства и графики. Числовая функция

Справочная информация:

Функция — одно из важнейших математических понятий. Функцией называют такую зависимость переменной y от переменной x , при которой каждому значению переменной x соответствует единственное значение переменной y .

Переменную x называют независимой переменной или аргументом. Переменную y называют зависимой переменной. Говорят, также, что переменная y является функцией от переменной x . Значения зависимой переменной, называют значениями функции.

Если зависимость переменной y от переменной x является функцией, то коротко это записывают так: $y=f(x)$. (Читают: y равно f от x .) Символом $f(x)$ обозначают значение функции, соответствующее значению аргумента, равному x .

Все значения независимой переменной образуют область определения функции. Все значения, которые принимает зависимая переменная, образуют область значений функции.

Если функция задана формулой и ее область определения не указана, то считают, что область определения функции состоит из всех значений аргумента, при которых формула имеет смысл.

Способы задания функции:

1. аналитический способ (функция задается с помощью математической формулы);
2. табличный способ (функция задается с помощью таблицы)
3. описательный способ (функция задается словесным описанием)
4. графический способ (функция задается с помощью графика).

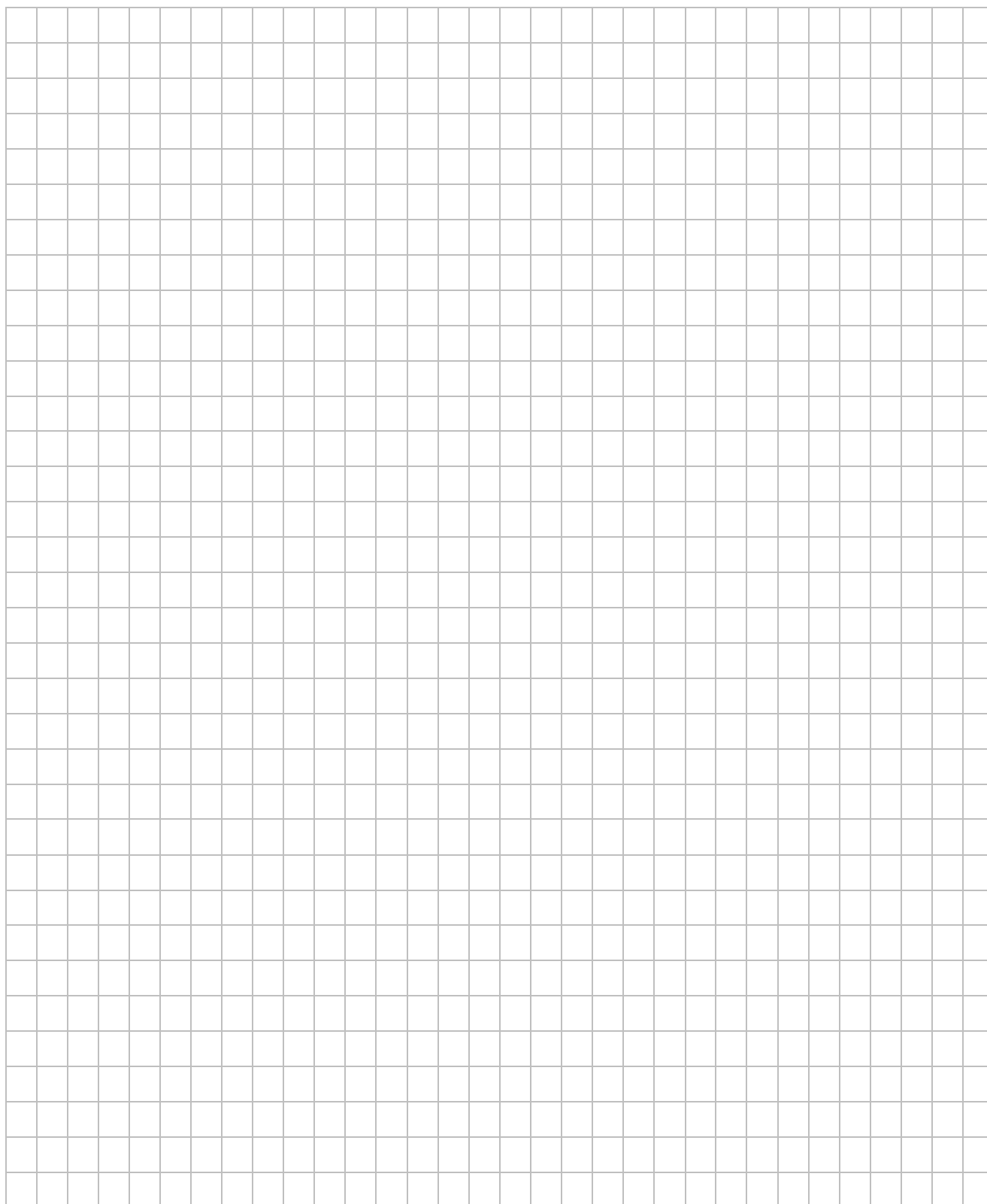
Графиком функции называют множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты — соответствующим значениям функции.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называют числовой функцией?

Задание 1.2 Найти область определения функций: 1) $y = \sqrt{4x+8}$;

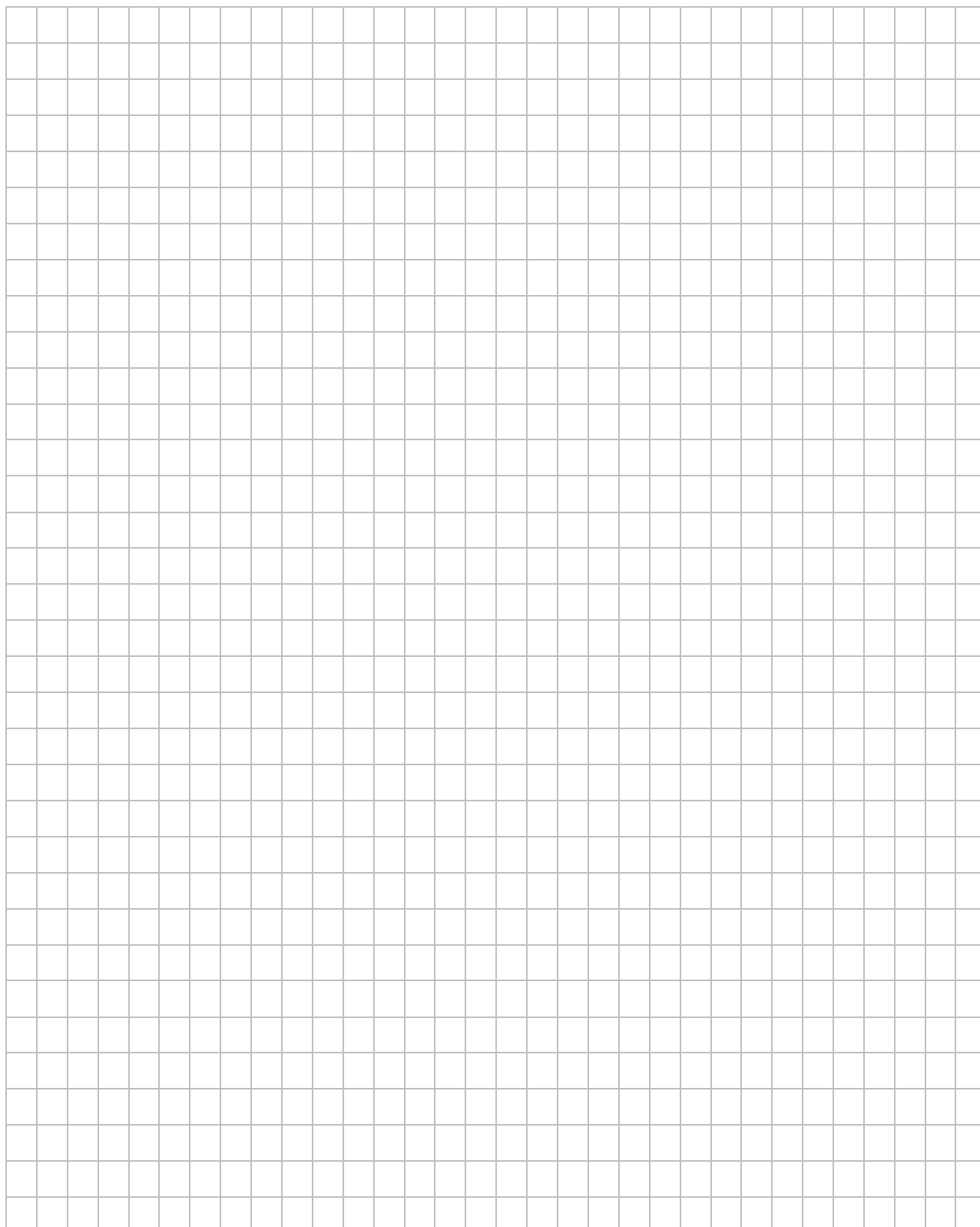
2) $y = \frac{1}{x^2 - 6x + 8}$; 3) $y = \frac{1}{-5x - 1}$



Задание 1.3

Найти область определения функций: 1) $y = \sqrt{x^2 + x - 12}$; 2) $y = \frac{x+10}{x^2+3x-4}$; 3)

$$y = \sqrt{\frac{-6x-2}{-6x+12}}$$



Графики функций. Простейшие преобразования графиков функций

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называют графиком функции?

2. Какими свойствами обладает функция $y=x^2$? Изобразите схематично график.

График:

3. Какими свойствами обладает функция $y=x^3$? Изобразите схематично график.

График:

4. Какими свойствами обладает функция $y = \sqrt{x}$? Изобразите схематично график.

График:

5. Опишите принцип построения графика функции $y=kx+b$. Изобразите схематично график.

График:

6. Опишите принцип построения графика функции $y=kx$. Изобразите схематично график.

График:

7. Опишите принцип построения графика функции $y=\frac{k}{x}$. Изобразите схематично график.

График:

8. Опишите алгоритм построения графика функции $y = kx^2 + vx + c$.

[illegible]

9. Какие вы знаете способы преобразования графиков функций?

Практические задания:

Задание 1.1

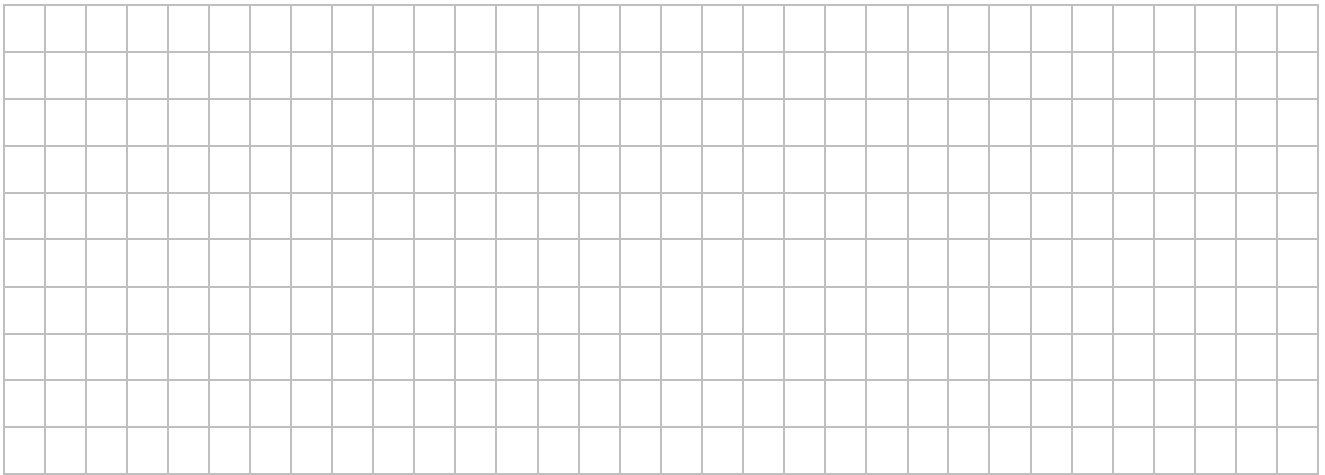
Постройте графики функций:

1) $y=3x+1$



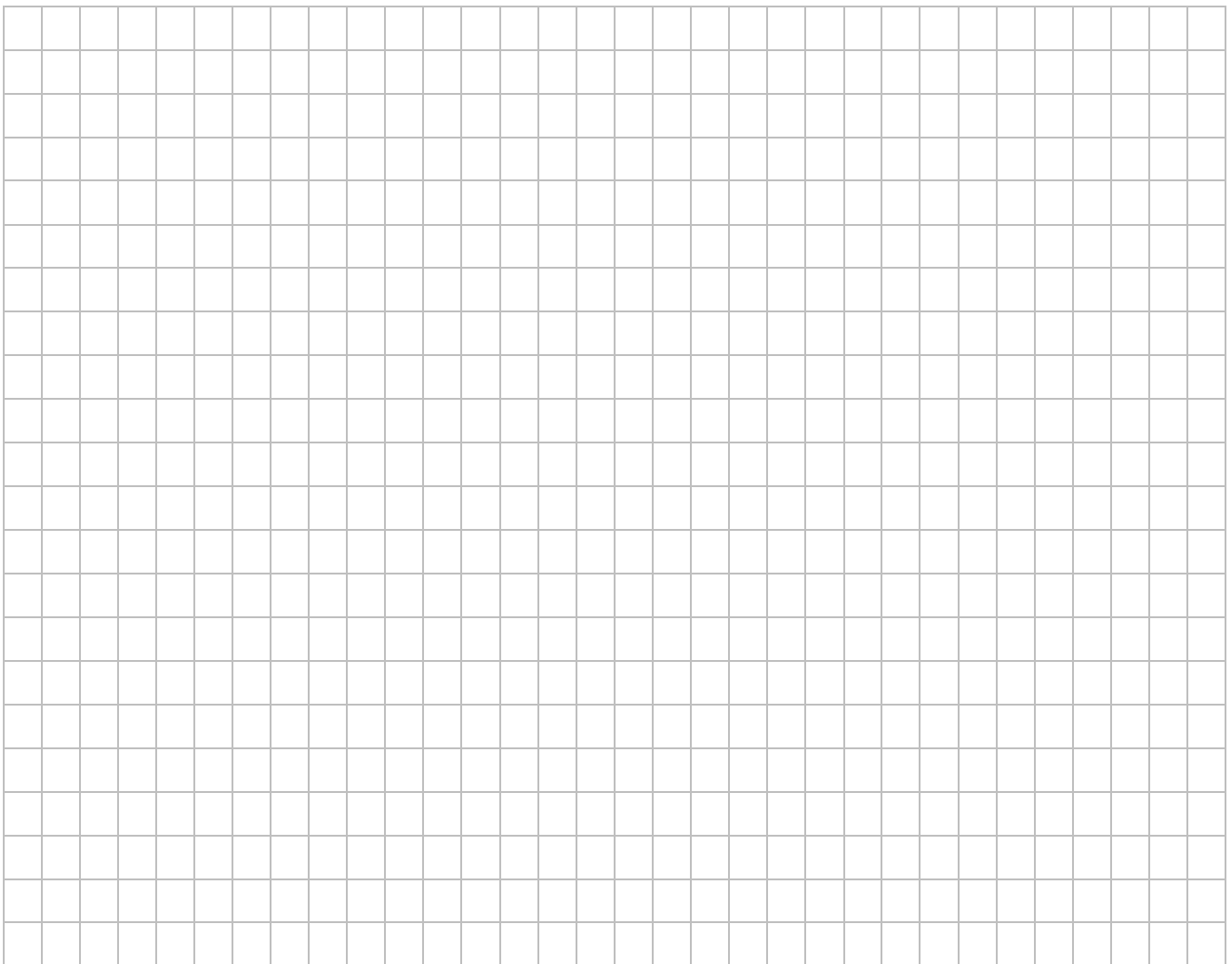
2) $y=-2x$



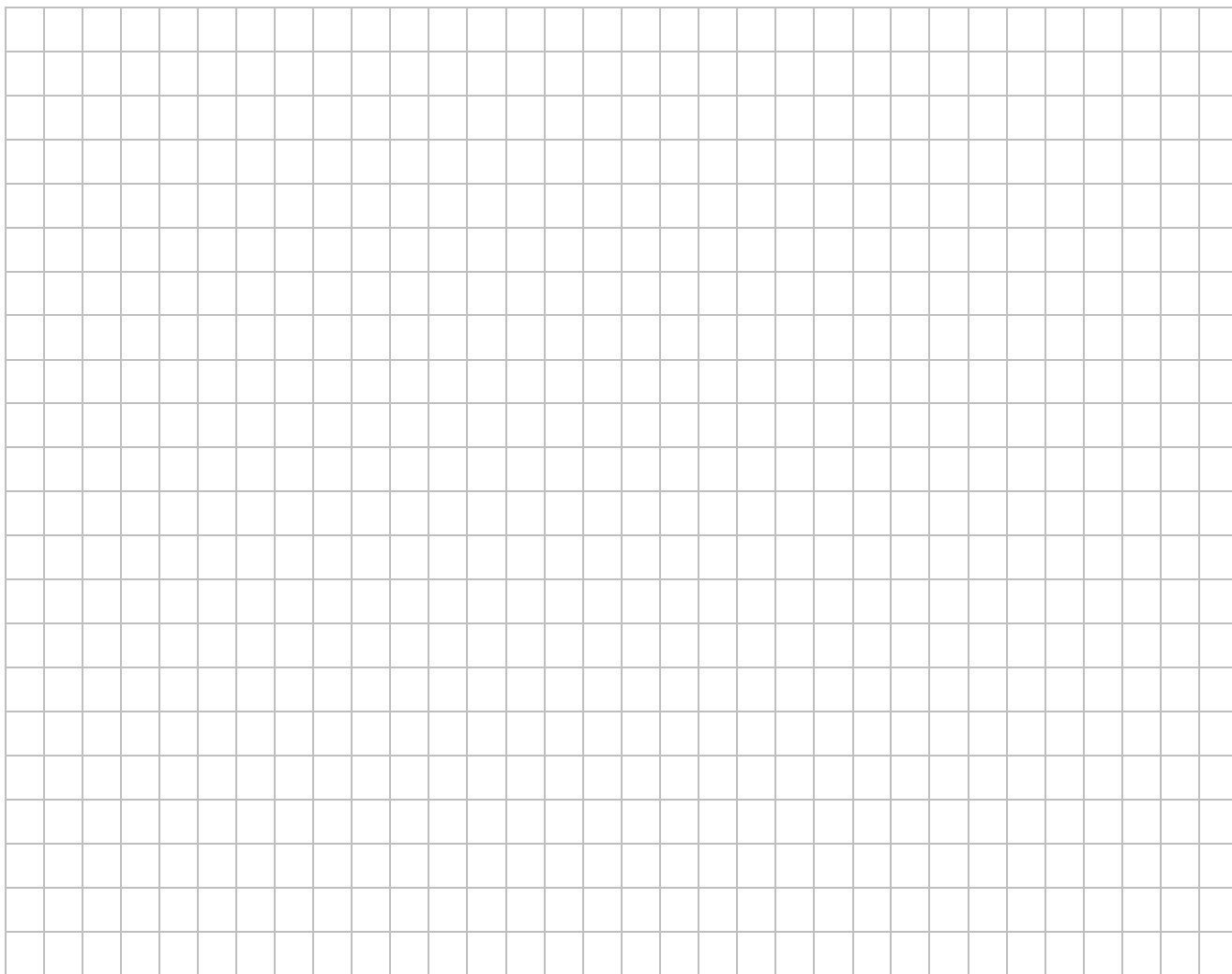


Задание 1.2 Постройте графики функций:

1) $y = -3x^2$

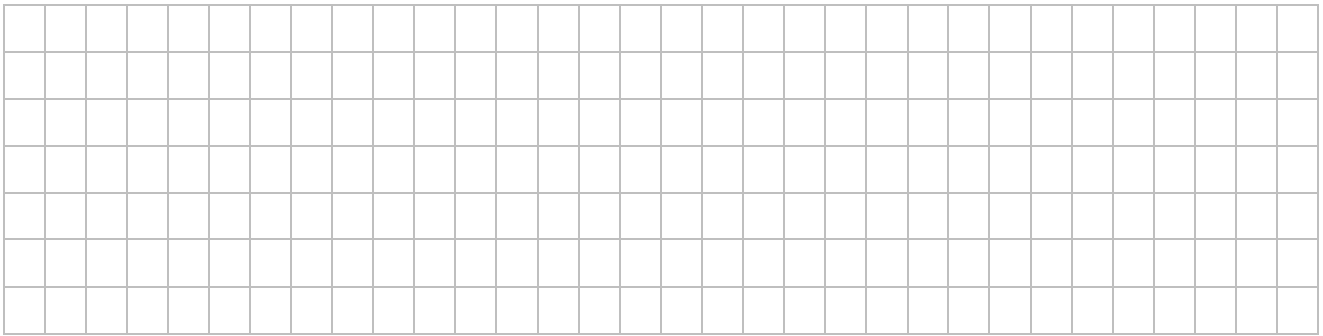


2) $y = \sqrt{-4x}$



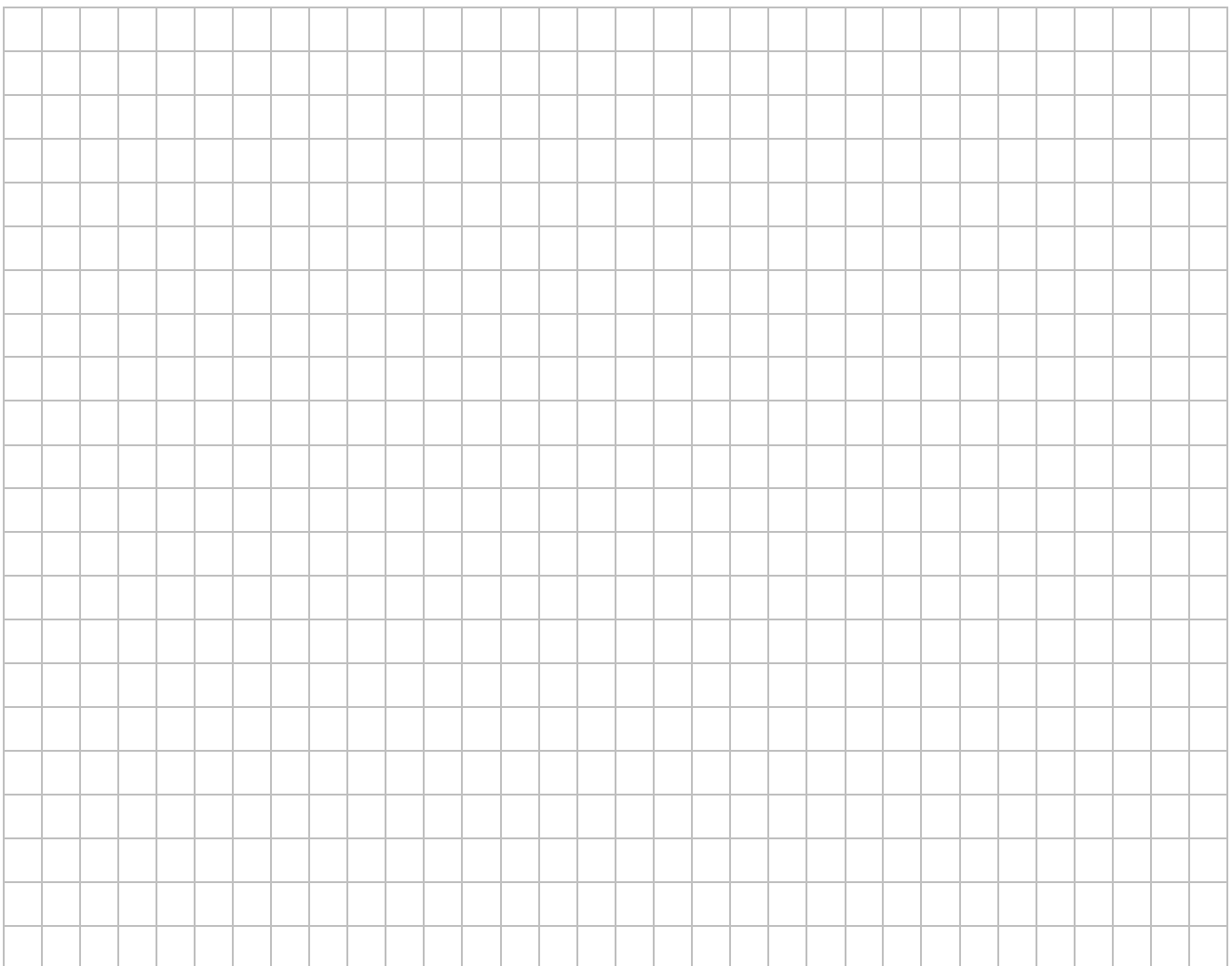
3) $y = -2x^3$



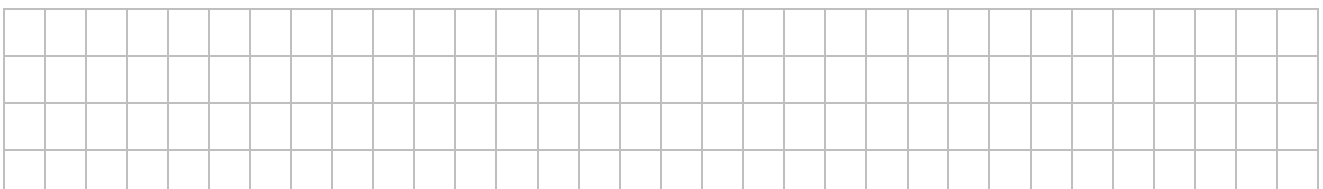


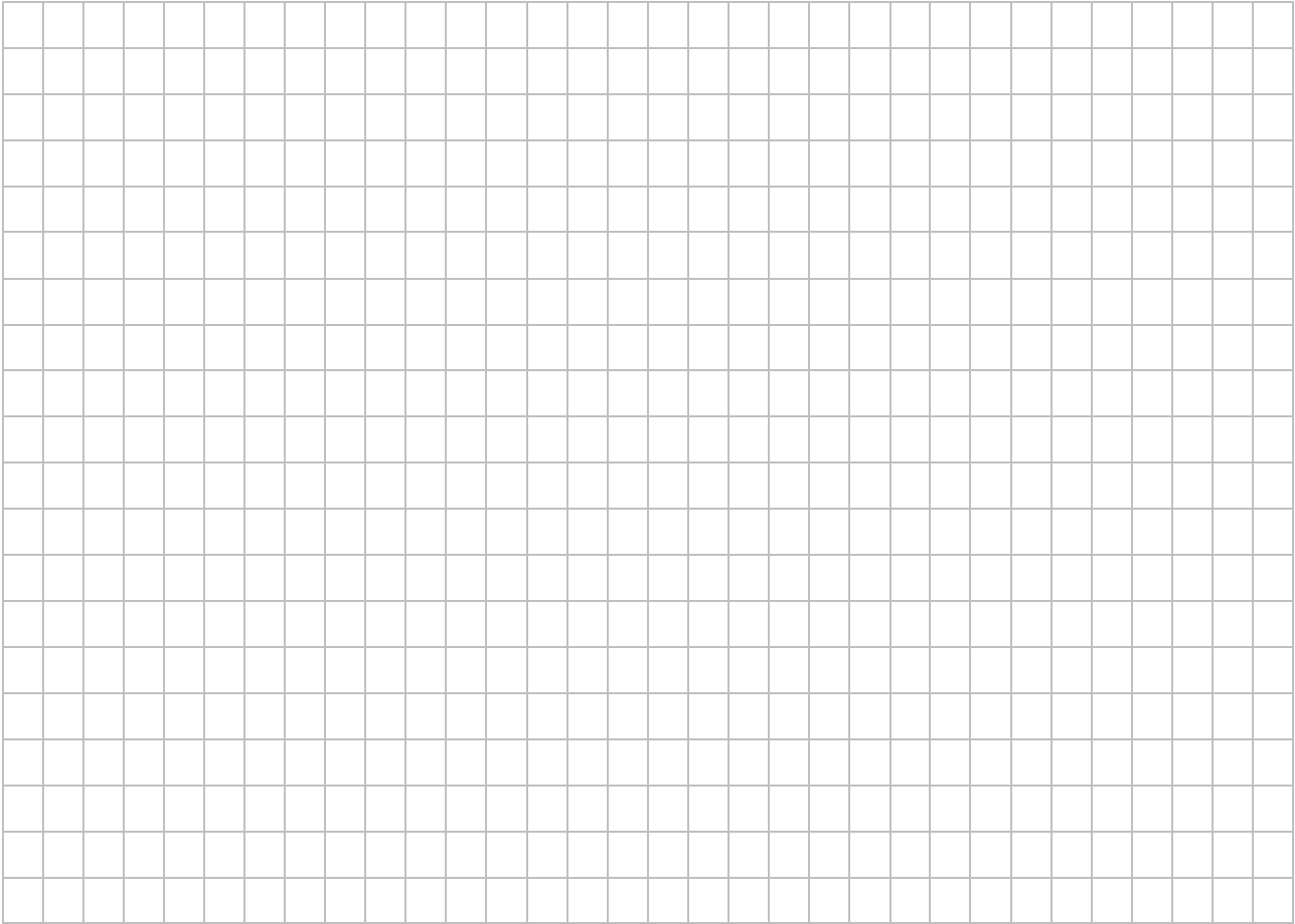
Задание 1.3 Постройте графики функций:

1) $y = \frac{1}{2} x^2$



2) $y = \frac{-6}{x}$





3) $y = x^2 - 6x + 8$

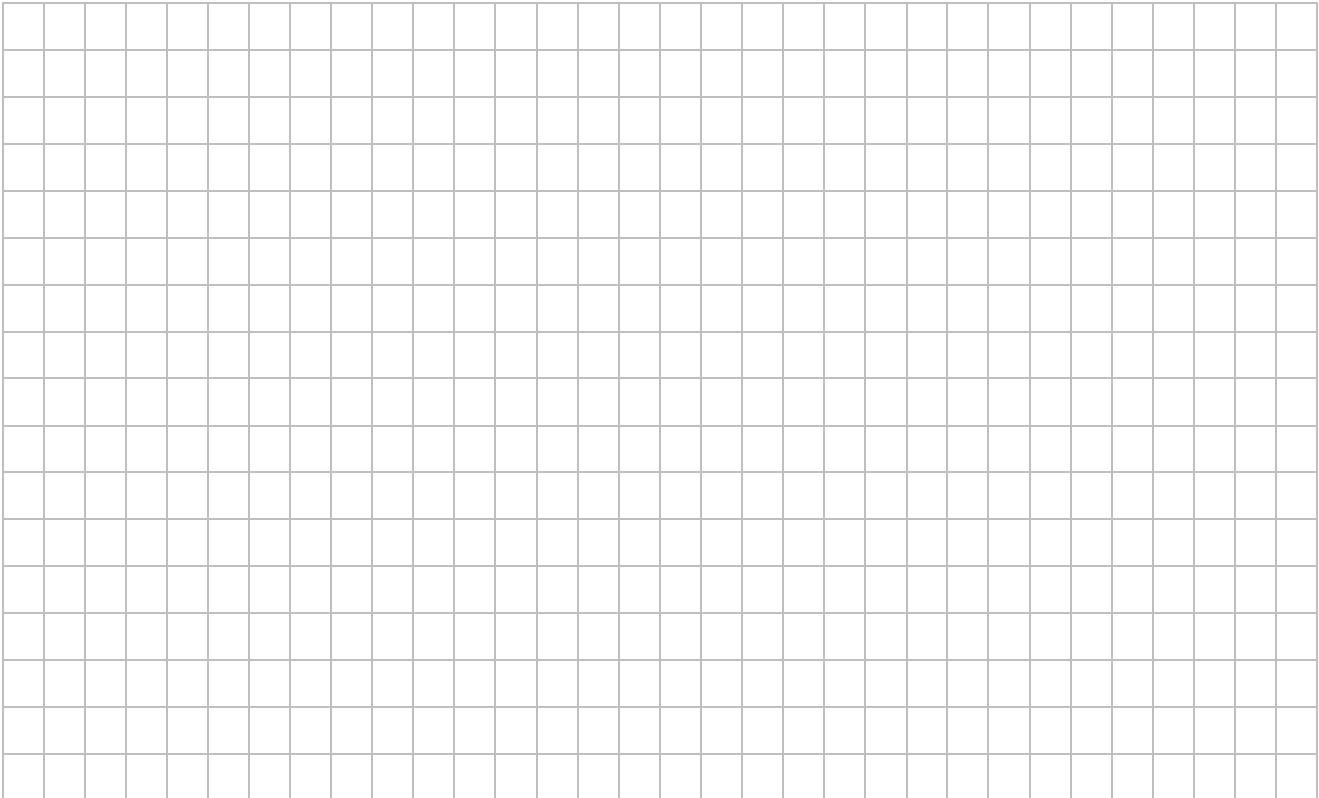


График четной функции симметричен относительно оси Оу так как, по определению, вместе с любой своей точкой $(x; y)$ он содержит и точку $(-x, y)$.

Функция $y = f(x)$ называется нечетной, если для двух произвольных противоположных значений аргумента из области определения значения функции противоположны.

$$f(-x) = -f(x) \text{ для } \forall x \in D(f).$$

График нечетной функции симметричен относительно начала координат, так как, по определению, вместе с любой своей точкой $(x; y)$ он содержит и точку $(-x; -y)$.

Говорить о четности либо нечетности можно лишь для тех функций, области определения которых симметричны относительно начала координат.

Функции, которые не являются ни четными, ни нечетными называются функциями общего вида.

Периодичность функций.

Функция $f(x)$ называется периодической с периодом $T \neq 0$, если выполняются два условия:

- если, то $x+T$ и $x-T$ также принадлежат области определения $D(f(x))$;
- для любого выполнено равенство

Поскольку то из приведенного определения следует, что

Если T – период функции $f(x)$, то очевидно, что каждое число nT , где, $n \neq 0$, также является периодом этой функции.

Наименьшим положительным периодом функции называется наименьшее из положительных чисел T , являющихся периодом данной функции.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Какая функция называется четной?

2. Какая функция называется нечетной?

3. Какая функция называется периодической?

4. Какая функция называется ограниченной?

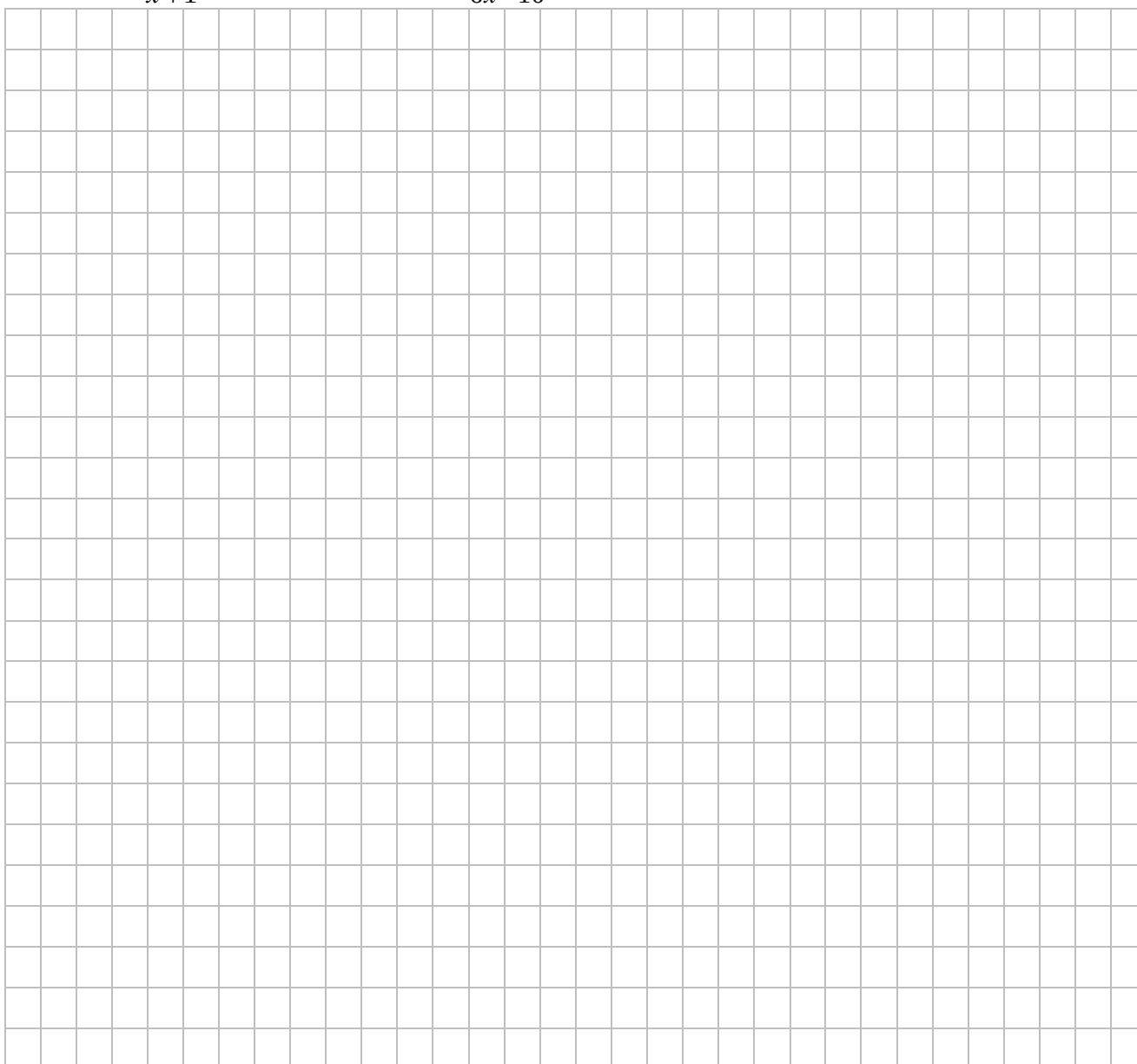


Задание 1.3 Проверьте функции на четность и нечетность:

1) $f(x) = \frac{2x}{x+1}$;

2) $f(x) = \frac{-2+x}{6x-10}$

3) $f(x) = -6x^2 - |x|$



Показательная, логарифмическая и степенная функции, их свойства и графики

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Какую функцию называют показательной?

2. Перечислите свойства показательной функции и схематично изобразите график.

График:

3. Какую функцию называют логарифмической?

4. Перечислите свойства логарифмической функции и схематично изобразите график.

График:

5. Какую функцию называют степенной?

6. Перечислите свойства степенной функции и схематично изобразите график.

График:

Раздел 7. Многогранники

Геометрическое тело, его поверхность. Многогранники. Призма.

Справочная информация:

Геометрическим телом (или просто телом) называют ограниченную связную фигуру в пространстве, которая соединяет все свои граничные точки, причем сколько угодно близко от любой граничной точки находятся внутренние точки фигуры.

Границу тела называют также его поверхностью и говорят, что поверхность ограничивает тело.

Плоскость, по обе стороны, от которой имеются точки данного тела, называется секущей плоскостью.

Фигура, которая образуется при пересечении тела плоскостью (т.е. общая часть тела и секущей плоскости), называется сечением тела.

Поверхность, состоящую из многоугольников, и ограничивающую некоторое геометрическое тело называют многогранной поверхностью или многогранником.

Многоугольники, из которых составлен многогранник, называются его гранями.

Гранями тетраэдра и октаэдра являются треугольники, гранями параллелепипеда – параллелограммы.

Стороны граней называются ребрами, а концы ребер – вершинами многогранника.

Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется диагональю многогранника.

Многогранники бывают выпуклые и невыпуклые.

Многогранник называется выпуклым, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.

Тетраэдр, параллелепипед, октаэдр – выпуклые многогранники.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое геометрическое тело?

2. Что такое многогранник? Приведите примеры.

3. Что называют гранями многогранника?

4. Что называют ребрами многогранника?

5. Что называют диагональю многогранника?

6. Из чего состоит куб?

7. Что такое призма?

8. Что называют основаниями призмы?

9. Что называют боковыми ребрами призмы?

10. Сформулируйте свойства призмы.

11. Из чего состоит поверхность призмы?

12. Что называют высотой призмы?

13. Какая призма называется прямой? Наклонной?

Параллелепипед. Пирамида

Справочная информация:

Параллелепипед называется прямоугольным, если его боковые ребра перпендикулярны к основанию, а основания представляют собой прямоугольники.

Свойства прямоугольного параллелепипеда:

1. В прямоугольном параллелепипеде 6 граней и все они являются прямоугольниками.
2. Противоположные грани попарно равны и параллельны.
3. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.
4. Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.
5. Прямоугольный параллелепипед имеет 4 диагонали, которые пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.
6. Любая грань прямоугольного параллелепипеда может быть принята за основание.
7. Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется кубом.
8. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений (длины, ширины, высоты).

Пирамидой называется многогранник, одна грань которого (основание) – многоугольник, а остальные грани (боковые) - треугольники, имеющие общую вершину.

Высотой (h) пирамиды является перпендикуляр, опущенный из ее вершины на плоскость основания.

Объем любой пирамиды равен трети произведения основания и высоты.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое параллелепипед?

2. Какие грани параллелепипеда называются противоположными?

3. Сформулируйте свойства параллелепипеда.

4. Какой параллелепипед называется прямоугольным?

5. Что такое куб?

6. Сколько измерений у прямоугольного параллелепипеда?

7. Сформулируйте свойство диагонали параллелепипеда.

8. Что такое пирамида?

9. Что называют боковыми ребрами пирамиды?

10. Из чего состоит поверхность пирамиды?

11. Что такое тетраэдр?

12. Сформулируйте свойство пирамиды.

13. Что называют высотой пирамиды?

14. Что такое апофема?

15. Чему равна боковая поверхность пирамиды?

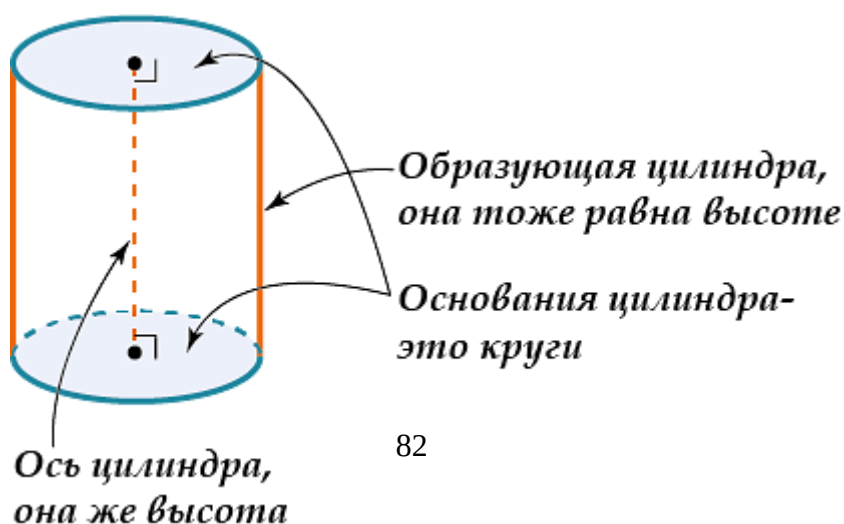
Раздел 8. Тела и поверхности вращения

Поверхность вращения. Тело вращения. Цилиндр. Конус.

Справочная информация:

Цилиндр – тело, образованное вращением прямоугольника вокруг одной из сторон.

Вообще-то, полное имя этого тела – «прямой круговой цилиндр», но составители задач и мы вместе с ними по дружбе называем его просто цилиндром. Названия, относящиеся к цилиндру, такие:

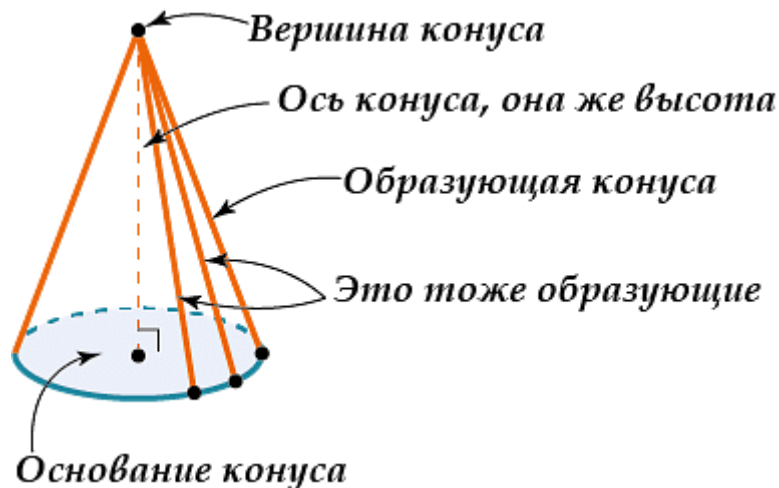


Основания у цилиндра – это круги

Еще у цилиндра есть так называемая развертка.

Представь, что у нас от цилиндра осталась только боковая поверхность, и мы ее разрезали вдоль образующей и развернули.

Конус – тело вращения, образованное вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов.



ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое цилиндр?

2. Что называют основаниями цилиндра?

3. Что называют образующими цилиндра?

4. Сформулируйте свойства цилиндра.

5. Из чего состоит поверхность цилиндра?

6. Из чего состоит боковая поверхность цилиндра?

7. Что называют радиусом цилиндра?

8. Что называют высотой цилиндра?

9. Что называют осью цилиндра?

10. Что такое конус?

11. Какой конус называется прямым?

12. Что называют высотой цилиндра?

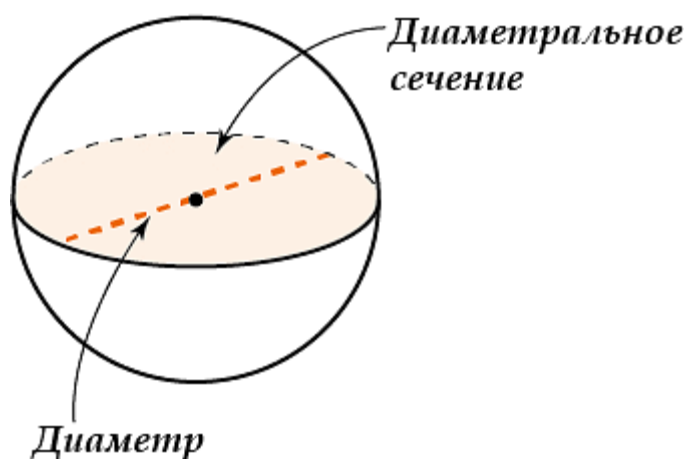
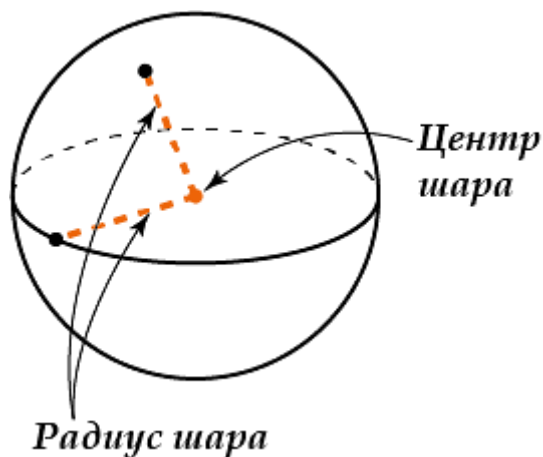
13. Какой конус называется усеченным?

Сфера и шар

Справочная информация:

Шар – тело вращения, полученное вращением полуокружности вокруг диаметра.

Шар – геометрическое место точек, удаленных от одной фиксированной точки на расстояние, не более заданного.



ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое шар?

2. Что называют радиусом шара?

3. Что такое сфера?

4. Что называют диаметром шара?

5. Какие токи шара называются диаметрально противоположными?

Раздел 9. Начала математического анализа

Производная. Свойства производной.

Справочная информация:

Предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при стремлении к нулю последнего – называется производной функции в точке

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Какая функция называется дифференцируемой в некотором промежутке?

2. Что такое дифференцирование?

3. Запишите основные свойства производной.

Практические задания:

Задание 1.1

Найти производную следующих функций:

1) $y = x^2$;

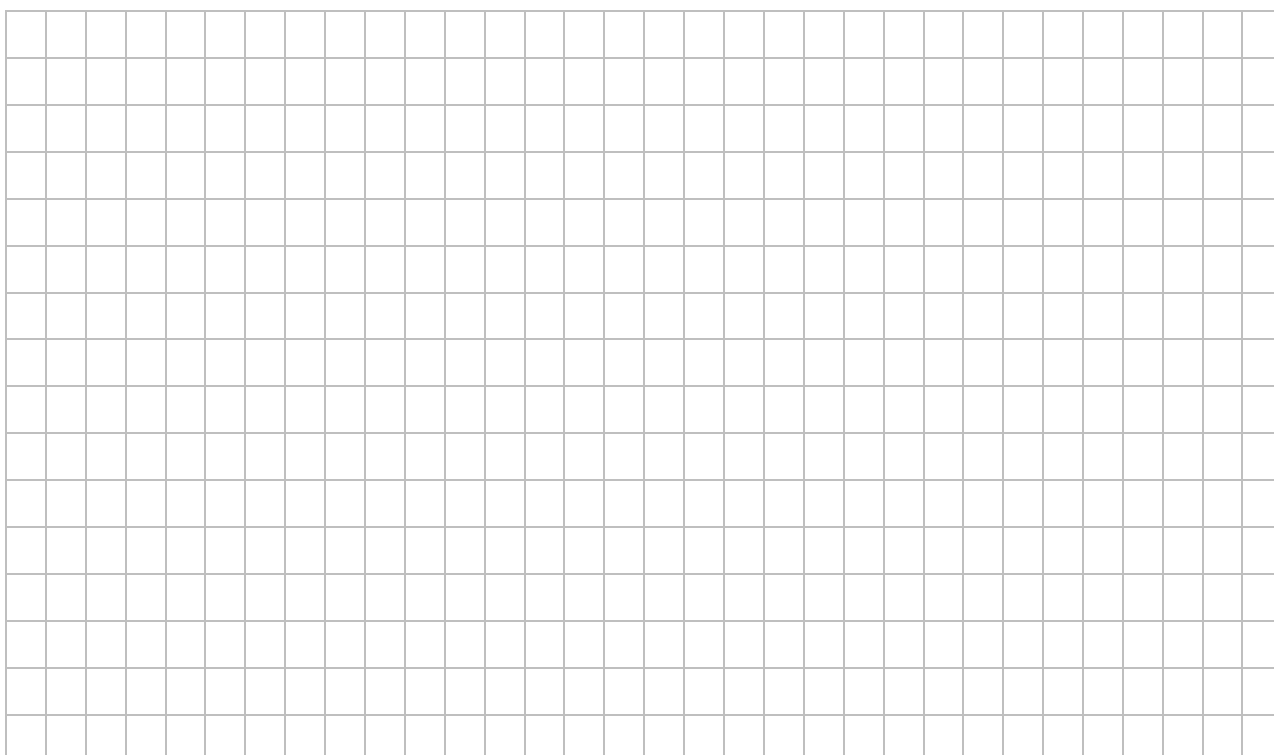
2) $y = 2x^5$;

3) $y = 2x^6 + 8x$;

4) $y = -6x^2 + 7x + 14$;

5) $y = -3x^2 + 4x^9 - x + 4$;

6) $y = 2x^7 - 7x^5 + 9x - 1$



Задание 1.2

1) $y = 5,6x^3 - 2x^{-3} + 4x$;

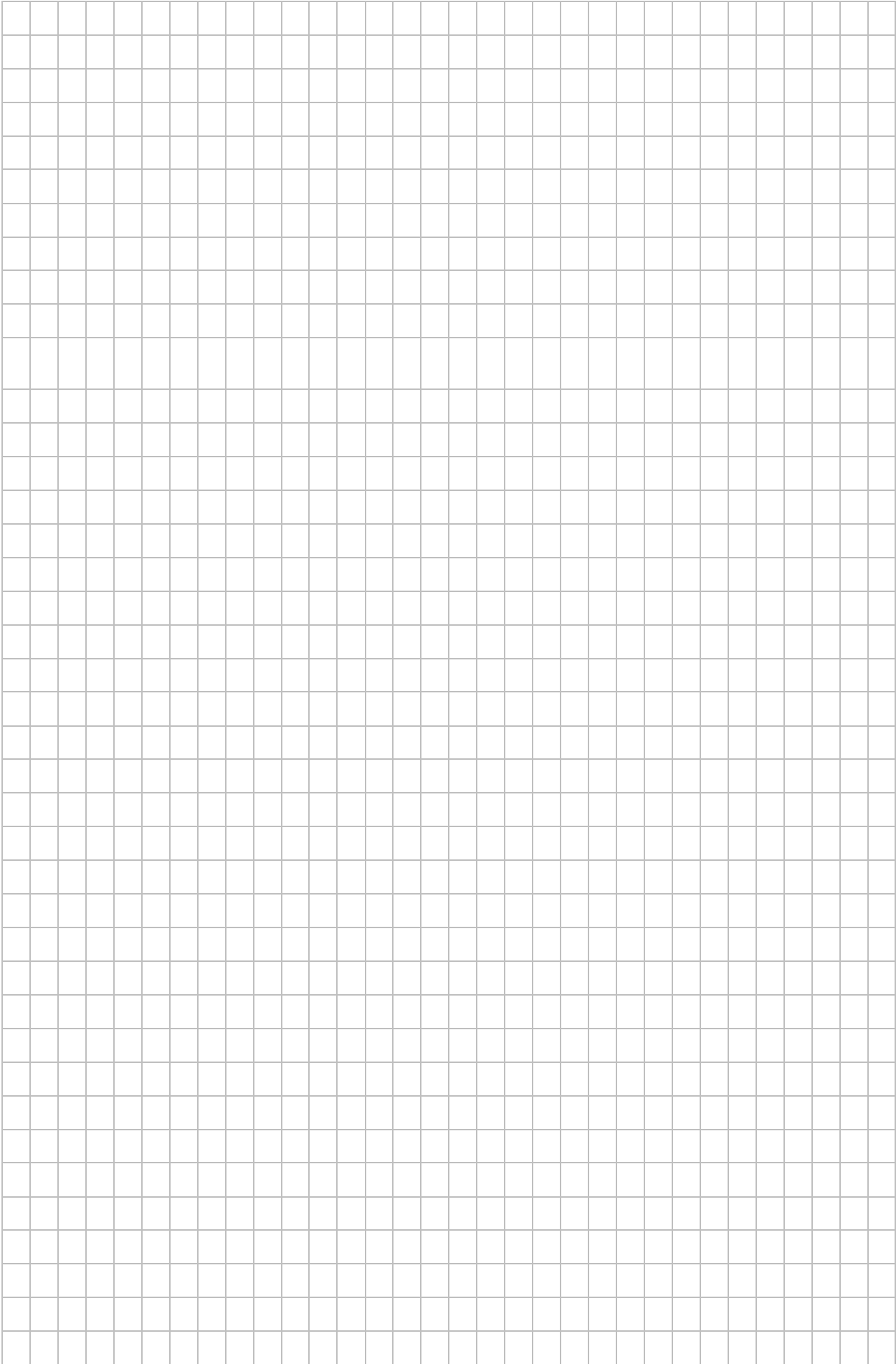
2) $y = -6x^{-8} + 9x - \frac{2}{3}x^6$;

3) $y = -\frac{2}{3}x^9 + 13x^6 + 12$;

4) $y = -3x^7 - \frac{1}{2}x^5 - 4\frac{2}{3}x^3 - 3$;

5) $y = 7 - 9x^2 - 13x - 4x^3$;

6) $y = 5x^{1/5} + 5,4x^2 + 2x - 9$



1. $C' = 0$ (C- постоянная) 2. $x' = 1$ 3. $(u + v - w)' = u' + v' - w'$ (u, v, w- функции от x) 4. $(Cu)' = Cu'$ 5. $(uv)' = u'v + uv'$ 6. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$ 7. $\left(\frac{u}{c}\right)' = \frac{u'}{c}$ 8. $\left(\frac{c}{v}\right)' = -\frac{cv'}{v^2}$ 9. $(x^n)' = nx^{n-1}$ 10. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ 11. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 12. $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	13. $(e^x)' = e^x$ 14. $(a^x)' = a^x \ln a$ 15. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ 16. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ 17. $(\sin x)' = \cos x$ 18. $(\cos x)' = -\sin x$ 19. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ 20. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ 21. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 22. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 23. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$ 24. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
--	---

Основные формулы дифференцирования:

Понятие производной функции.

Задание 1.1 Найти производную функции при данном значении аргумента:

- $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 5$, $x = 2$.
- $f(x) = (x+1)\sqrt{x-1}$, $x = 5$.
- $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$, $x = 3$.
- $f(x) = e^{\sin x}$, $x = 0$.
- $f(x) = \ln \frac{x-1}{x+1}$, $x = \sqrt{3}$.

Задание 1.2 Найти производную функции при данном значении аргумента:

1. $f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 5x + 3$, $x = 2$.

2. $f(x) = (x-1)\sqrt{x+1}$, $x = 3$.

3. $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$, $x = 2$.

4. $f(x) = e^{\cos x}$, $x = \frac{\pi}{4}$.

5. $f(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$, $x = \sqrt{3}$.

Геометрический смысл производной функции.

Задание 1.1

Найти угол, который образует с положительным направлением оси ОХ

касательная к графику функции $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 5x - 2$ в точке $A\left(2; -7\frac{1}{3}\right)$.

Задание 1.2 Чему равен угловой коэффициент касательной к графику функции

$f(x) = 2\cos 2x - \sin 4x$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{4}$.

Задание 1.3 Напишите уравнение касательной и нормали к графику функции f в точке с абсциссой x_0 : $f(x) = x^3 - 3x^2$; $x_0 = -1$

Задание 1.4 Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = \frac{3}{x}$ в точке с абсциссой $x = -1$.

Задание 1.5 Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{3x^2 + 2}{x - 1}$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.

Задание 1.6 Найти угол, который образует с положительным направлением оси ОХ касательная к графику функции $y = x^3 + x^2 - 4x + 1$ в точке $A(1; 2)$.

Задание 1.7 Чему равен угловой коэффициент касательной к графику функции

$f(x) = 3\sin 3x - \cos 2x$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{6}$

Задание 1.8 Напишите уравнение касательной и нормали к графику функции f в точке с абсциссой x_0 : $f(x) = -x^3 + x - 1$; $x_0 = -2$

Задание 1.9 Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = 2x^3$ в точке $x = -1$.

Задание 1.10 Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{3 + 2x^2}{x + 1}$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.

Исследование функции

Задание 1.1

Вариант №1	Вариант №2
<i>1. Исследовать функцию на возрастание, убывание, экстремумы, направление выпуклости и точки перегиба:</i>	
$y = x^3 - 6x^2 + 2x - 6$	$y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$
<i>3. Найти производную функции при заданном значении аргумента</i>	
$f(x) = (x - 1)\sqrt{x + 1}, f'(3) = ?$ $y = e^{-x}(1 + x^2)$ при $x = 1$	$f(x) = (x + 1)\sqrt{x^2 - 1}, f'(5) = ?$ $y = \ln \frac{x+1}{x^3}$ при $x = 1$
<i>4. Вычислить приближенно значение функции в точке</i>	
$y = 5x^3 - 2x + 3$ при $x = 2,01$	$y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$ при $x = 1,1$

Задание 1.2

Вариант №1	Вариант №2
<i>1. Исследовать функцию на возрастание, убывание, экстремумы, направление выпуклости и точки перегиба:</i>	
$y = 2x^3 + 9x^2 + 12x - 2$	$y = x^3 - 12x^2 + 145$
<i>3. Найти производную функции при заданном значении аргумента</i>	
$f(x) = (x + 1)\sqrt{x^2 - 1}, f'(2) = ?$ $y(x) = \frac{1 + x^2}{1 - x^2};$ при $x = 1$	$f(x) = (x + 1)\sqrt{x^2 + 1}, f'(1) = ?$ $y(x) = \frac{x^3}{1 - x^2};$ при $x = 1$
<i>4. Вычислить приближенно</i>	
значение функции $f(x) = (2 + 3x)^4$ в точке $x = 1.05$.	значение функции в точке $y = x^4 - 1$, при $x = 1,1$

Вычисление неопределенных интегралов методом непосредственного интегрирования

Таблица интегралов

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, (n \neq -1)$	7. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \operatorname{ctgx} + C$	13. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctgx} + C$
2. $\int dx = x + C$	8. $\int \operatorname{tg} x dx = \ln \cos x + C$	14. $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
3. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	9. $\int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x + C$	15. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$
4. $\int \sin x dx = -\cos x + C$	10. $\int e^x dx = e^x + C$	16. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
5. $\int \cos x dx = \sin x + C$	11. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	
6. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$	12. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctgx} + C$	

Задание 1.3

Вариант 1	Вариант 2
Вычислите неопределенный интеграл	Вычислите неопределенный интеграл
1. $\int (3-x) dx$	1. $\int (4-x) dx$
2. $\int (4x-x^2) dx$	2. $\int (5x-x^2) dx$
3. $\int 5(x-2) dx$	3. $\int 3(x-3) dx$
4. $\int (8x^3+4x-7) dx$	4. $\int (4x^3+8x-2) dx$
5. $\int x^2(1+3x) dx$	5. $\int x^2(1+4x) dx$
6. $\int 2 \cos x dx$	6. $\int 4 \sin x dx$
7. $\int \frac{22 dx}{\cos^2 x}$	7. $\int \frac{2 dx}{\cos^2 x}$
8. $\int \frac{dx}{2 \sin^2 x}$	8. $\int (1 + \cos x) dx$
9. $\int (3x^2 - 2 \cos x) dx$	9. $\int (2 - 3 \sin x) dx$
10. $\int \frac{3 dt}{2t}$	10. $\int \left(\frac{12}{x} - 3x \right) dx$
11. $\int \left(\frac{2}{x} - x \right) dx$	11. $\int \frac{6 dx}{1+x^2}$
12. $\int \frac{6 dx}{1+x^2}$	12. $\int \frac{3 dx}{4\sqrt{1-x^2}}$

Вариант 3	Вариант 4
Вычислите неопределенный интеграл	Вычислите неопределенный интеграл
1. $\int (5 - x)dx$	1. $\int (6 - x)dx$
2. $\int \left(3x - \frac{1}{2}x^2\right)dx$	2. $\int (2x - x^2)dx$
3. $\int 2(x - 2)dx$	3. $\int 3(x - 5)dx$
4. $\int (4x^3 + 2x - 5)dx$	4. $\int (2x^3 + 2x - 3)dx$
5. $\int x^2(1 + 5x)dx$	5. $\int x^2(1 + 6x)dx$
6. $\int \frac{dx}{12\cos^2 x}$	6. $\int \frac{3dx}{\sin^2 x}$
7. $\int \frac{3dx}{\sin^2 x}$	7. $\int (1 + \cos x)dx$
8. $\int (2 + 7\sin x)dx$	8. $\int (2 - 3\sin x)dx$
9. $\int (12x^2 - 6\cos x)dx$	9. $\int (3x^2 + 15\cos x)dx$
10. $\int \left(\frac{24}{x} - 4x\right)dx$	10. $\int (x - 5e^x)dx$
11. $\int \frac{15dx}{1 + x^2}$	11. $\int \left(\frac{12}{x} - 6x\right)dx$
12. $\int \frac{3dt}{2t}$	12. $\int \frac{8dx}{1 + x^2}$

Вычисление неопределенных интегралов методом замены переменной.

Таблица основных интегралов.

$$1. \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$$

$$2. \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

$$3. \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$4. \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$5. \int \frac{1}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$6. \int \frac{1}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$7. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$$

$$8. \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$$

$$9. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$10. \int e^x dx = e^x + C$$

$$11. \int \operatorname{tg} x dx = -\ln|\cos x| + C$$

$$12. \int \operatorname{ctg} x dx = \ln|\sin x| + C$$

$$13. \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$14. \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$$

$$15. \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

$$16. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$17. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C$$

$$18. \int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \ln \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + C$$

$$19. \int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \ln \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| + C$$

Метод подстановки - это метод интегрирования сложной функции. Сущность метода заключается в том, что путем введения новой переменной интегрирования заданный интеграл сводится к новому интегралу, который легко вычисляется с помощью непосредственного интегрирования.

В основе метода лежит формула замены переменной интегрирования в неопределенном интеграле:

$$\int f(x) dx = \int f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt = F(\varphi(t)) + C, \text{ где } x = \varphi(t), \quad dx = \varphi'(t) dt.$$

Вариант-1	Вариант-2
Задание №1 Вычислить интегралы способом подстановки:	
1. $\int (9x - 4)^6 dx$	1. $\int (3 + 5x)^4 dx$
2. $\int \frac{x dx}{x^2 - 4}$	2. $\int \frac{6x dx}{x^2 + 1}$
3. $\int \sqrt{5 + 7x^2} \cdot x dx$	3. $\int \sqrt{x^5 - 3} \cdot x^4 dx$
4. $\int 5 \sin \frac{x}{3} dx$	4. $\int 3 \cos \frac{x}{2} dx$
5. $\int \sqrt[5]{(2x - 5)^3} dx$	5. $\int \sqrt[7]{(6x - 2)^5} dx$
6. $\int e^{x^2 + 1} x dx$	6. $\int x \cdot e^{-x^2} dx$
Задание №2 Вычислить интегралы способом подстановки:	
7. $\int \frac{6z^2 dz}{(1 - 2z^3)^4}$	
8. $\int 4(x^4 - 1)^5 x^3 dx$	
9. $\int \sqrt{2 \sin x - 1} \cos x dx$	
10. $\int \frac{\cos x dx}{2 \sin x + 1}$	

Вычисление неопределенных интегралов методом интегрирования по частям.

Если производные функций $U = U(x)$ и $V = V(x)$ непрерывны, то справедлива формула:

$$\int U dV = UV - \int V dU,$$

называемая *формулой интегрирования по частям*.

Вариант 1	Вариант 2
1. $\int (7x - 1) \cos x \, dx$	1. $\int (1 + 2x) \cos x \, dx$
2. $\int \operatorname{arctg} x \, dx$	2. $\int \operatorname{arcctg} x \, dx$
3. $\int (7x + 5) \ln x \, dx$	3. $\int (3x + 2) \ln x \, dx$
4. $\int (6 - 5x) e^x \, dx$	4. $\int x e^x \, dx$
5. $\int x \cos x \, dx$	5. $\int (8x - 1) \sin 5x \, dx$
6. $\int \arcsin x \, dx$	6. $\int (6 + 5x) \ln x \, dx$

Вычисление определенных интегралов.

- | | |
|---|--|
| – 1. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ | 2. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ |
| – 3. $\int \cos x dx = \sin x + C$ | 4. $\int \sin x dx = -\cos x + C$ |
| – 5. $\int \frac{1}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$ | 6. $\int \frac{1}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$ |
| – 7. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$ | 8. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$ |
| – 9. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ | 10. $\int e^x dx = e^x + C$ |
| – 11. $\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x + C$ | 12. $\int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x + C$ |

$$\begin{aligned}
- 13. \int \frac{dx}{a^2 + x^2} &= \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C & 14. \int \frac{dx}{a^2 - x^2} &= \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C \\
- 15. \int \frac{dx}{x^2 - a^2} &= \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C & 16. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} &= \arcsin \frac{x}{a} + C \\
- 17. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} &= \ln |x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| + C & 18. & \\
\int \sqrt{x^2 + a^2} dx &= \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \ln |x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C \\
- 19. \int \sqrt{x^2 - a^2} dx &= \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \ln |x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C
\end{aligned}$$

Задание 1.2

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

$$\begin{aligned}
1) \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} & \quad 2) \int_{-1}^1 3(1+z^2) dz & 3) \int_1^2 \frac{4x^5 - 3x^4 + x^3 - 1}{x^2} dx \\
4) \int_1^2 (x^3 + 10x) dx & \quad 5) \int_{-2}^3 (3x^2 + 6x - 2) dx
\end{aligned}$$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

$$6) \int_{-2}^1 (5-2x)^2 dx \quad 7) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{3 - \cos x} dx \quad 8) \int_0^1 e^{x^2} x dx$$

Задание 1.2

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

$$\begin{aligned}
1) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x} & \quad 2) \int_{-1}^1 5(y^2 + 1) dy & 3) \int_{-1}^0 \frac{(x^2 - 2x)(3 - 2x)}{x - 2} dx \\
4) \int_1^3 (x^2 - 16x + 3) dx & \quad 5) \int_0^8 (21x - 19) dx
\end{aligned}$$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

$$6) \int_2^3 (2x-1)^2 dx \quad 7) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx \quad 8) \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} 3e^{x^3} x^2 dx$$

Задание 1.3

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

$$1) \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \quad 2) \int_0^2 4(x-x^3)dx \quad 3) \int_2^3 \frac{6x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 1}{x^2} dx$$

$$4) \int_{-4}^0 (x^3 + 8)dx \quad 5) \int_{10}^{13} (2x + 7)dx$$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

$$6) \int_4^5 (4-x)^3 dx \quad 7) \int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{dx}{\cos^2 3x} \quad 8) \int_0^{\frac{n}{2}} \sqrt{3\sin x + 1} \cos x dx$$

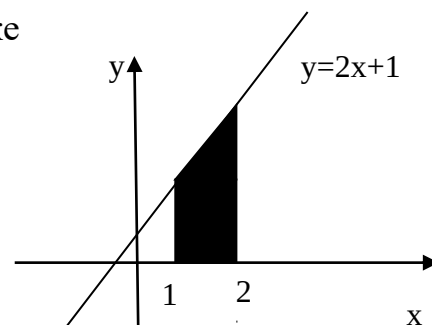
Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла

Задание 1.1

Вариант- 1.

Часть 1.

1. Вычислить площадь фигуры, изображенной на рисунке



2. Скорость точки движущейся прямолинейно, задана уравнением

$v(t) = (3t^2 + 1) \text{ м/с}$. Вычислить ее путь за 5 сек от начала движения.

3. Вычислить (предварительно сделав рисунок) площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 + 1, y = 0, x = 0, x = 2.$$

Часть 2.

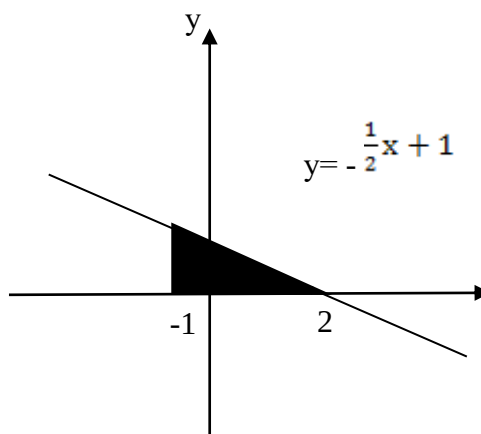
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2 - 2x + 3 \text{ и } y = 3x - 1$$

Задание 1.2

Часть 1.

1. Вычислить площадь фигуры, изображенной на рисунке



2. Скорость точки движущейся прямолинейно, задана уравнением

$$v(t) = (2t^3 + 3) \text{ м/с} . \text{ Вычислить ее путь за 2 сек от начала движения.}$$

3. Вычислить (предварительно сделав рисунок) площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4 - x^2, y = 0$

Часть 2.

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4 \text{ и } y = -x + 1$$

СПРАВОЧНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Степени. Свойства степеней и корней

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m} \quad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m} \quad \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Логарифмы, свойства логарифмов

$$\log_a a = 1 \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$$

$$\log_a 1 = 0 \quad \log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b \quad \log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$$

$$p \cdot \log_a b = \log_a b^p \quad \log_{a^n} b^n = \frac{n}{n} \cdot \log_a b = \log_a b \quad \log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

Квадратные уравнения:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$D < 0$, то нет корней;

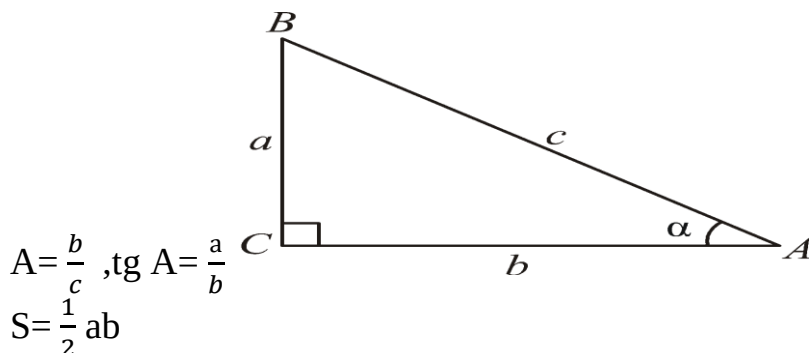
$$D = 0, \text{ то один корень } x = \frac{-b}{2a}$$

$$D > 0, \text{ то 2 корня } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Прямоугольный треугольник.

Теорема Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2$

$$\sin A = \frac{a}{c}, \cos$$



Тригонометрия

Основные тригонометрические тождества:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\text{tg } \alpha \cdot \text{ctg } \alpha = 1$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\text{ctg } \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$1 + \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \text{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Формулы сложения:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}$$

Формулы двойного угла:

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

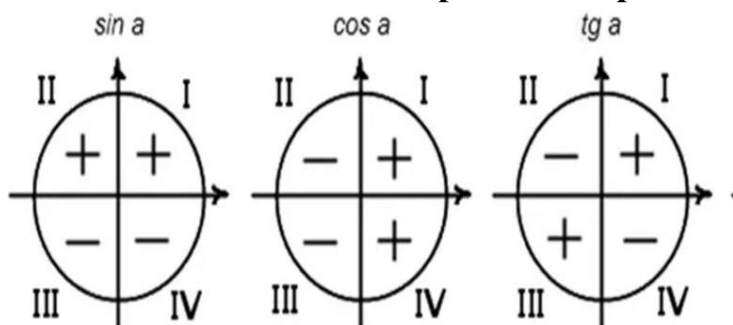
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2\operatorname{ctg} \alpha}$$

Таблица значений тригонометрических функций

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-

Знаки тригонометрических функций



Формулы приведения

β	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$
$\sin \beta$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$
$\cos \beta$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \beta$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \beta$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

β	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
$\sin \beta$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
$\cos \beta$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \beta$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \beta$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

Простейшие тригонометрические уравнения:

1) $\sin x = a, -1 \leq a \leq 1$

$$x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи:

$$\sin x = 1 \implies x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\sin x = 0 \implies x = \pi n$$

$$\sin x = -1 \implies x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

2) $\cos x = a, -1 \leq a \leq 1$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи:

$$\cos x = 1 \implies x = 2\pi n$$

$$\cos x = 0 \implies x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$\cos x = -1 \implies x = \pi + 2\pi n$$

3) $\operatorname{tg} x = a$

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$$

Производная
Таблица производных

Функция	Производная
$y=C, C=Const$	0
$y=Cx$	$y'=C$
$y=x$	$y'=1$
$y=\sqrt{x}$	$y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$y=x^n$	$y'=nx^{n-1}$
$y=e^x$	$y'=e^x$
$y=e^{nx}$	$y'=ne^{nx}$
$y=a^x$	$y'=a^x \ln a$
$y=\ln x$	$y'=\frac{1}{x}$
$y=\log_a x$	$y'=\frac{1}{x \cdot \ln a}$
$y=\sin x$	$y'=\cos x$
$y=\cos x$	$y'=-\sin x$
$y=\operatorname{tg} x$	$y'=\frac{1}{\cos^2 x}$
$y=\operatorname{ctg} x$	$y'=-\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила нахождения производных:

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(f(g(x)))' = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

уравнение касательной к графику функции:

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

Первообразная

Таблица первообразных

Функция $f(x)$	Первообразная $F(x)$
k	$kx + c$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + c$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + c$
e^x	$e^x + c$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + c$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x + c$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x + c$

Правила нахождения первообразных

Функция	Первообразная
$y = f(x) + g(x)$	$y = F(x) + G(x)$
$y = kf(x)$	$y = kF(x)$
$y = f(kx + m)$	$y = \frac{1}{k}F(kx + m)$

Площадь криволинейной трапеции.

$$S = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx$$

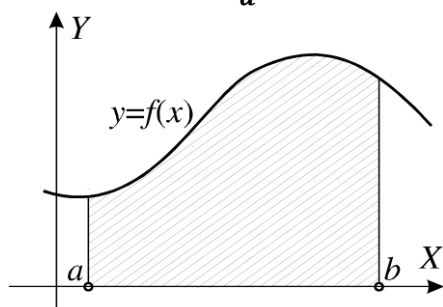
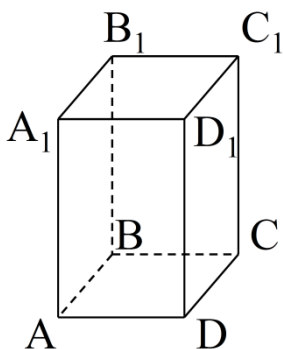


Рис. 2

S и V многогранников и тел вращения

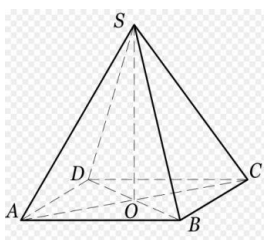
Призма

$$S_{\text{осн}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad V = S_{\text{осн}} \cdot H \quad S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$$

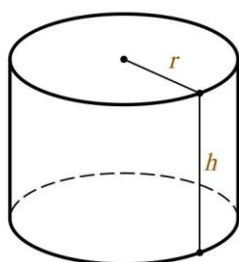


Пирамида

$$S_{\text{п}} = S_{\text{б}} + S_{\text{ос}} \quad S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P \cdot h \quad V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H$$



Цилиндр

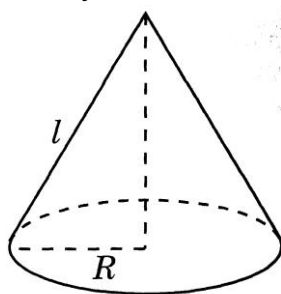


$$S_{\text{бок.}} = 2\pi R H$$

$$S_{\text{полн.}} = 2\pi R (R + H)$$

$$V = \pi R^2 H$$

Конус

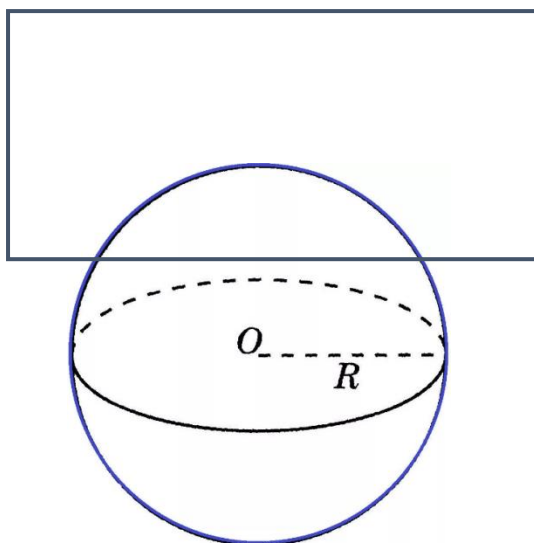


$$S_{\text{бок.}} = \pi R L$$

$$S_{\text{полн.}} = \pi R (R + L)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

Шар

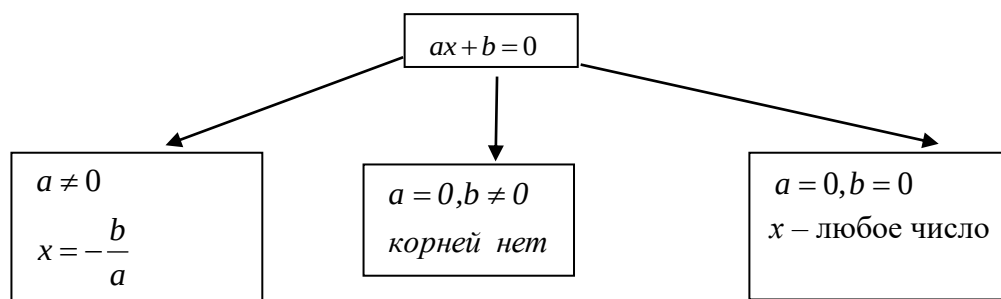


$$S_{\text{пол}} = 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Линейное уравнение имеет вид $ax = b$, где a и b – числа.

В зависимости от значений a и b возможны следующие случаи решения линейных уравнений:



Список используемых источников:

1. Дадаян А.А. Математика: учебник для студ. СПО / А. А. Дадаян. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: ФОРУМ, 2013. - 544 с. - (Профессиональное образование)
2. Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М.: Российский государственный университет правосудия, 2015. — 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>. — ЭБС «IPRbooks»
3. Григорьев, С.Г. Математика: учебник для студ. СПО / С. Г. Григорьев, С. В. Иволгина; ред. В. А. Гусев. - 9-е изд., стер. - М.: Академия, 2013. - 416 с. - (Среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины)
4. Григорьев, С.Г. Математика: учебник для студ. СПО / С. Г. Григорьев, С. В. Иволгина; ред. В. А. Гусев. - 10-е изд., стер. - М.: Академия, 2015. - 416 с. - (Профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины)