Областное государственное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Центр образования «Дистанционные технологии»
г. Рязань

# Математическое моделирование на уроках математики

Работа учителя математики
Галухиной Анны Семеновны

**2023 год**

**Введение**

**Моделирование - важный метод научного познания**

Современный курс математики немыслим без такого фундаментального понятия, как модель. Математические модели становятся общим языком науки, который позволяет глубже понять суть происходящих явлений в природе, обществе и сознании. Процесс математизации знаний, начавшийся с механики и физики, охватывает теперь не только все естественные науки, но и большинство гуманитарных наук. Стало привычным строить и исследовать модели биологических объектов, исторических процессов, мыслительной деятельности человека.

К основным целям обучения математике относится формирование умений строить математические модели простейших реальных явлений, исследовать явления по заданным моделям, конструировать приложения моделей; приобщение учащихся к опыту творческой деятельности и формирование у них умения применять его. Овладение школьниками общеучебными (универсальными) умениями моделировать предполагает поэтапное овладение ими конкретными предметными умениями: представлять задачу в виде таблицы, схемы, числового выражения, формулы (уравнения), чертежа и уметь осуществлять переход от одной модели к другой.

На сегодняшний день наиболее распространенной является трехэтапная схема процесса математического моделирования:

1) перевод предложенной задачи с естественного языка на язык математических терминов, то есть построение математической модели задачи (формализация);

2) решение задачи в рамках математической теории (решение внутри модели);

3) перевод полученного результата (математического решения) на язык, на котором была сформулирована исходная задача (интерпретация полученного решения).

Наиболее ответственным и сложным является первый этап – само построение математической модели. Оно осуществляется логическим путем на основе глубокого анализа изучаемого явления (процесса) и требует умения описать явление (процесс) на языке математики.

Самая распространенная формулировка заданий, характерная для метода моделирования, звучит следующим образом:

- переведи условие задачи на математический язык;

- построй математическую модель задачи (уравнение);
- оформи решение;
- оцени ответ.

В основе стандартов нового поколения лежит системно-деятельностный подход в обучении. Логика уроков моделирования состоит в создании учителем ситуации, при которой дети принимают учебное действие – моделирование и используют его, как инструмент для решения поставленной задачи, а уроков конструирования – в решение частных задач по применению общей модели или схемы. В 5–6 классах большое внимание уделяется решению сюжетных задач. Моделирование - это метод и средство познания, а сюжетные задачи – это один из “полигонов”, где отрабатывается моделирование. Сюжетные задачи есть первый класс задач, на которых раскрывается идея моделирования реальных процессов, они, по существу, представляют собой программу или план решения. Выделенные в тексте отношения фиксируются с помощью стрелок либо в таблице, либо в виде стрелочной схемы. При решении текстовых задач я использую в своей работе построение схем “отношения частей и целого», рисунки, краткую запись и таблиц при решении задач на движение.

Ценность математического моделирования заключается в том, что одна и та же модель может описывать различные явления. Большое внимание уделяю этапу формализации, который вызывает у школьников наибольшие трудности при решении задач. В 8-9 классах множество различных видов практико-ориентированных задач, при решении которых используется метод математического моделирования, да и уравнения усложняются, дробно-рациональные, квадратные.

**Основная часть. Практическое применение метода моделирования при решении задач**

**Урок: Решение задач с помощью линейных уравнений**

**Предмет:** Алгебра 7 класс

**Тип урока: комбинированный**

**Цели:**

**Образовательные:** формирование первоначальных предметных навыков по решению задач с помощью уравнений, универсальных учебных действий (решение предметных задач); научить учащихся использовать опорные схемы и таблицы при решении задач с помощью уравнений;

сформировать навык составления уравнения по условию задачи с помощью схемы или таблицы в стандартных ситуациях; научить осуществлять перенос знаний в изменённую ситуацию.

**Развивающие**: создать условия для развития способности самостоятельно актуализировать проблему, научить формулировать цели и задачи, проявлять творчество и воображение;

**Воспитательные:** развивать грамотную математическую речь, как показателя интеллектуального и общего развития ученика; создать условия для развития способности самостоятельно актуализировать проблему формулировать воспитание коммуникативных навыков, навыков работы в паре.

**Ход урока**

| Этапы урока | Деятельность учителя | Деятельность учащихся |
|---|---|---|
| **1** Мотивационно-целевой (2 мин) | Озвучивание темы и целей урока регламентирование этапов урока | Формулируют цели: научиться использовать линейные уравнения при решении задач |

<table>
<tr>
<td>2.Актуализация опорных знаний<br>(10 мин)</td>
<td>Устная работа (какое слово закодировано) -1 слайд
<table>
<tr><td>5x= -6</td><td>3</td><td>а</td></tr>
<tr><td>-2x=116</td><td>0</td><td>л</td></tr>
<tr><td>1/3y=12</td><td>-58</td><td>к</td></tr>
<tr><td>7x=0</td><td>-1,2</td><td>ш</td></tr>
<tr><td>12a-1=35</td><td>36</td><td>о</td></tr>
</table>
<br>
“Найди ошибку” и объясни-2 слайд<br>
(7x+1) -(6x+3) = 5<br>
7x+1-6x+3=5<br>
7x-6x=5+1-3<br>
x=3<br>
<br>
Реши задачу:<br>
<br>
Бабушка старше мамы на 20 лет, а мама старше дочери в 5 раз. Вместе им 86 лет. Сколько лет дочери?<br>
<br>
Ответ: x+5x+5x+20=86<br>
<br>
Какие уравнения рассматривались в устной работе?</td>
<td>Ожидаемые ответы на вопросы учителя;<br>
(школа)<br>
<br>
находит ошибки в решении уравнений, объясняет как их исправить,<br>
<br>
обосновывает свои предложения, опираясь на алгоритм решения линейных уравнений</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Сформулировать алгоритм решения задач с помощью уравнения?<br><br>Что означают схема и таблица, зачем они нужны при решении задач?<br><br>1. Схема частей и целого.<br><br>2.Таблица для решения задач на движение:<br><br>
<table>
<tr><td></td><td>v</td><td>t</td><td>s</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Что будем добавляться в схемы и таблицы при решении конкретных задач?</td>
<td>1.Составить схему или таблицу по условию задачи.<br><br>2.Записать уравнение.<br><br>3.Оформить решение.<br><br>4.Оценить правдоподобность результата</td>
</tr>
<tr>
<td>3. Формирование предметных навыков по решению задач с помощью уравнений.<br>(20 мин)</td>
<td>1.Практическая работа (презентация)<br><br>Для каждой задачи составить схему или таблицу по условию, записать уравнение (самостоятельная работа)<br><br>Задача 1.<br><br>Автомашина за 3,5 ч проехала на 10 км больше, чем мотоцикл за 2,5 ч. Скорость мотоцикла на 20 км/ч больше, чем скорость автомашины. Найдите скорость автомашины и скорость мотоцикла.</td>
<td>Диалог между учителем и учащимся, записи в тетрадях<br><br>Самостоятельное решение задачи учащимся</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Задача 2.
Лодка проплыла от одной пристани до другой против течения реки за 4 часа. Обратный путь занял у нее 3 ч. Скорость течения реки 1 км/ч. Найдите собственную скорость лодки и расстояние между пристанями.
Задача 3.
Чтобы выполнить задание в срок, токарь должен был изготавливать по 24 детали в день. Однако он ежедневно перевыполнял норму на 15 деталей сверх плана и уже за 6 дней до срока изготовил 21 деталь сверх плана. Сколько деталей изготовил токарь?
2. Самопроверка и разбор задач (презентация).
Обсуждение различных способов оформления задач (презентация)
3. Решение задачи из учебника №155 (движение по реке)
1этап: Анализ задачи. Наводящие вопросы учителя.
<table>
<tr><td>объекты</td><td>v</td><td>t</td><td>s</td></tr>
<tr><td>по течению</td><td>(x+2) км/ч</td><td>9 ч</td><td>9(x+2) км</td></tr>
</table>
</td>
<td>
Ответ сравнивает по презентации
Ответ сравнивает по презентации
Самопроверка и разбор задач
Комментирование решения задачи учащимся.
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>против течения</td><td>(х-2) км/ч</td><td>11 ч</td><td>11(х-2) км</td></tr>
</table>
2этап: Составление модели S по течению =S против течения
3 этап: Оформление задачи.
Пусть х км/ч –собственная скорость теплохода, тогда (х+2) км/ч – скорость по течению, а (х-2) км/ч –против течения. Пути, пройденные по течению и по течению равны. Составим уравнение:
9(х+2) =11(х-2)
9х-11х=-22-18
-2х= -40
х=20
Ответ: 20 км/ч собственная скорость теплохода
4 этап: Взгляд назад, оценка результата, рефлексия
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>4. Самоконтроль и самооценка (3 мин)</td>
<td> Помогают ли составление схем и таблиц в решении задач? (в составлении уравнений)
Какие трудности возникают при решении задач? </td>
<td>Самооценка учащегося</td>
</tr>
</table>

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5. Рефлексия учебной деятельности (5 мин) | Достигнута ли цель урока? Какую цель мы ставили на уроке?<br><br>Над чем еще нам придется работать? Что нам помогло решать задачи? Что представляет собой моделирование при решении задач? | Задание на дом<br>Решить задачу №160 | |

В 8-9 классах задачи усложняются, так как изучаются рациональные и квадратные уравнения, в 10-11 классах показательные и иррациональные.

**Примеры решения задач**

**Задача 1.**

Скорость первого велосипедиста на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому на путь длиной 20 км ему потребовалось на 20 мин меньше, чем второму. Чему равны скорости велосипедистов?

(Пусть Х км/ч скорость первого велосипедиста)

$20/x - 20/(x+3) = 1/3$

**Задача 2**.

Из пункта А выехал велосипедист, а через 45 минут после него в том же направлении выехал грузовик, догнавший велосипедиста на расстоянии 15 км от пункта А. Найдите скорость велосипедиста и скорость грузовика, если скорость грузовика на 18 км/ч больше скорости велосипедиста.

**1 этап.** Анализ условия задачи

За неизвестную величину ***x*** всегда необходимо брать **то, что нужно найти в задаче**. Если необходимо найти две величины, то за ***x*** мы берём **меньшую** из величин. Скорость грузовика больше скорости велосипедиста, а скорость велосипедиста меньше, значит скорость велосипедиста и обозначаем за ***x*.** Оба они преодолели путь, равный 15 км**.**

Обозначим через **t1**- время, за которое прошел грузовик эти 15 км, а через **t2**-время, за которое прошел велосипедист, значит будем сравнивать время.

| | S, *км* | V, *км/ч.* | t, *ч* |
|---|---|---|---|
| грузовик | 15 | $x+18$ | t1 |
| велосипедист | 15 | $x$ | t2 |

2 этап. Модель уравнения t2- t1=45 мин., 45 мин. $=\frac{3}{4}$ часа.

3 этап. Оформление решения

$$\frac{15}{x}-\frac{15}{x+18}=\frac{3}{4}$$

$$\begin{cases} 60x+270-60x-3x^2-54x=0 \\ x\neq 0 \\ x\neq -18 \end{cases}$$

$3x^2-54x+1080=0$

$x^2+18x-360=0$

$$x1=\frac{-18+\sqrt{324+1440}}{2}=12$$

$$x2=\frac{-18-\sqrt{324+1440}}{2}=-30$$

– 30 – не удовлетворяет условию, значит скорость велосипедиста равна 12 км/ч. Находим скорость грузовика: 12+18=30 км/ч.

**4 этап. Взгляд назад.** Ответ: 12 км/ч, 30 км/ч.

**Задача 3**. По реальной ситуации составьте математическую модель задачи

Первый мотоциклист проезжает 90 км на 18 минут быстрее второго, поскольку его скорость на 10 км/ч больше второго мотоциклиста. Найдите скорость каждого мотоциклиста.

| | S, *км* | v, *км/ч.* | t, *ч* |
|---|---|---|---|
| Первый мотоциклист | 90 км | (x+10) км/ч | $\frac{90}{x+10}$ ч |
| Второй мотоциклист | 90 км | x км/ч | $\frac{90}{x}$ ч |

Математическая модель реальной ситуации:

$$\frac{90}{x} - \frac{90}{x+10} = \frac{3}{10}$$

**Задача 4**.

По математической модели составьте текст задачи (самостоятельная работа)

| | **S, *км*** | **v, *км/ч.*** | **t, *ч*** |
|---|---|---|---|
| велосипедист | 60 км | x км/ч | $\frac{60}{x}$ ч |
| мотоциклист | 60 км | (x+10) км/ч | $\frac{60}{x+10}$ ч |

**Задача 5.**

На школьной математической олимпиаде было предложено решить 6 задач. За каждую решенную задачу засчитывалось 10 очков, а за нерешенную снималось 3 очка. В следующий тур выходили ученики,
набравшие не менее 30 очков. Сколько задач нужно было решить, чтобы попасть в следующий тур олимпиады?
Решение. Пусть ученик должен решить x задач. Тогда за решенные задачи он получит 10x очков, а за 6-x нерешенных задач у него снимут 3(6-x) очков. Ученик может получить 10x-3(6-x) очков (все переменные выражены
через выбранное x и значения других величин, заданных в задаче). По условию задачи $10x - 3(6 - x) \geq 30$ и $x \leq 6$ .
Моделью задачи служит система неравенств:

$$\begin{cases} 10x - 3(6 - x) \geq 30, \\ x \leq 6; \end{cases}$$

**Задача 6.**

Кусок проволоки длиной 48 м сгибают так, чтобы образовался прямоугольник. Какую длину должны иметь стороны прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?
Решение. Требуется найти размеры прямоугольника с наибольшей площадью. Обозначим за a – длину прямоугольника, тогда ширина равна $(48 - 2a) : 2 = 24 - a$. $S(a) = a(24 - a)$ - полученная функция является моделью данной задачи.

## Заключение

Решение текстовых задач является в математическом образовании одним из основных показателей глубины усвоения учащимися учебного материала и уровня математического развития школьников. Поэтому обучению решению текстовых задач в программах выделяется большое количество часов (до 60% учебного времени). Задачи выступают и целью обучения, и способом обучения, и средством воспитания и развития учащихся. Именно посредством задач формируются математические понятия, исследуются математические законы. Задачи являются средством развития логического мышления, смекалки, сообразительности, критичности мышления. Неотъемлемой частью решения как простых, так и составных задач является построение модели, исследование которой служит средством для получения ответа на требование задачи и делает решение задачи осознанным и доказательным. Само по себе моделирование является универсальным способом личностного развития ребенка, т.к. эффективно формирует многие учебные действия. Таким образом, процесс моделирования задачи повышает мыслительную активность детей, способствует развитию логического, абстрактного мышления, а, значит, делает процесс решения задач более приятным и интересным. Особенно важным является создание моделей на глазах у детей или самими учащимися в процессе решения задачи, поскольку это обеспечивает глубокое понимание задачи, усвоение связей между данными и искомым.

Список используемой литературы

1.Алгебра 7-8 класса учебник для общеобразовательных учреждений. Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк и др.; под редакцией С.А. Теляковского изд. –М. Просвещение 2021 г.

2. Капкаева Л.С. Алгебраический и геометрический методы в обучении математике. Математика в школе. Научно-теоретический и методический журнал. №7 – М.: Издательство ООО «Школьная пресса» 2004. – 78 с.

3. Овчинникова М.В. Методика работы над текстовыми задачами в начальных классах (общие вопросы): Учебно-методическое пособие для студентов специальностей «Начальное обучение. Дошкольное воспитание» – К.: Пед.пресса, 2001.

4.Полякова Т.С. История математического образования в России. Два века. – М.: Изд. Московского ун-та, 2002.

5. Шевкин А.В. Материалы курса “Текстовые задачи в школьном курсе математики”: Лекции 1 – 4// А.В.Шевкин. М.: Педагогический университет “Первое сентября”, 2006. – 88 с.