

# **ФОНД 21 ВЕКА**

**(Фонд образовательной и Научной Деятельности 21 века)**

**Всероссийский педагогический конкурс**

**«МОЯ ЛУЧШАЯ МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА»**

**Сефибеков Сефибек Рамазанович**

**Урок в 11 классе.**

**Тема урока: Установление формул  
первообразных для логарифмических  
функций.**

**(Элективный курс)**

**Дагестан-Кашкент**

**2023**

# Элективный курс

## Урок в 11 классе

С.Р.Сефибеков, МКОУ «Кашкентская СОШ», Республика Дагестан, Хивский район, село Кашкент

Дополняем школьный курс

«Алгебра и начала математического анализа»

Тема урока. Установление формул первообразных для логарифмических функций.

Цели: 1. Формирование у учащихся осознания новых формул, применять формулы при решении задач.

2. Способствовать развитию познавательного интереса учащихся, логического мышления, культуры математической речи.

Тип урока: изучение нового материала.

### ХОД УРОКА

#### 1. Организационный момент

Повторение определения первообразной и таблицы первообразных (см. § 55 учебника [1])

#### 2. Изучение нового материала

В учебниках «Алгебра и начала анализа» для X - XI классов нет формул первообразных для логарифмических функций  $f(x) = \ln x$  и  $f(x) = \log_a x$  (см., например, [1]).

Мы выведем такие формулы – смотреть таблицу :

Функция, $f(x)$	Общий вид первообразных, $F(x)$
$\ln x$	$x \ln x - x + C$
$\log_a x$	$\frac{1}{\ln a} (x \ln x - x) + C$

Рассмотрим следующую задачу.

**Задача.** Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями:

$$f(x) = 0, f(x) = \ln x, x = 1 \text{ и } x = x_0 \text{ (где } x_0 > 1).$$

**Решение.**

Площадь ( $S$ ) данной криволинейной трапеции ABC (рис.1) :

$$S = \int_1^{x_0} \ln(x) dx$$

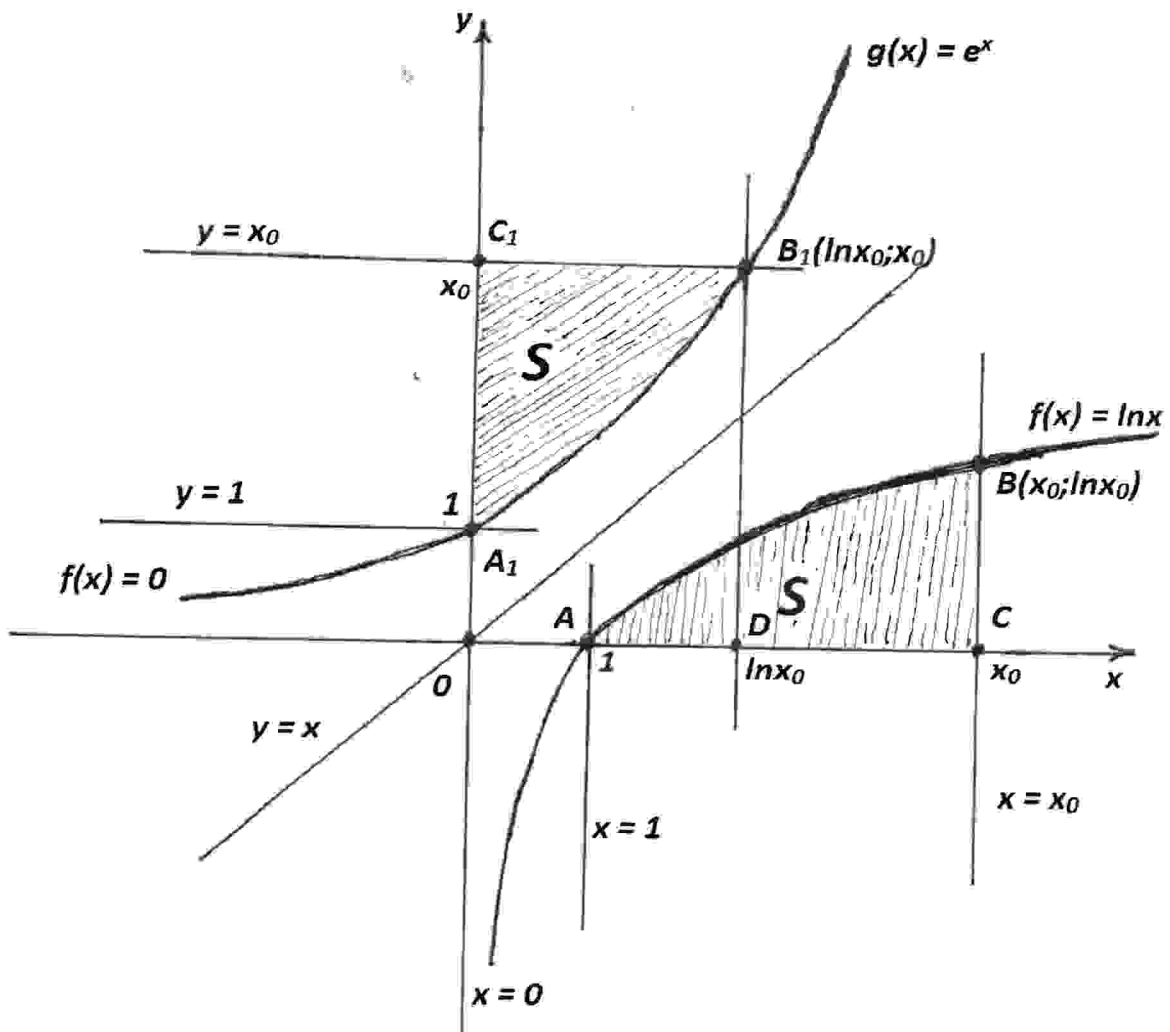


Рис. 1

Вычислить этот интеграл мы не можем, так как не знаем первообразную для функции  $\ln x$ . Поэтому поступим следующим образом. Выполнив осевую симметрию криволинейной трапеции ABC относительно биссектрисы  $y = x$ , получим криволинейную трапецию  $A_1B_1C_1$  (ей равную) той же площади  $S$ , ограниченную линиями:  $y = x_0$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$  и  $g(x) = e^x$  ( $g(x) = e^x$  – функция, обратная для функции  $f(x) = \ln x$ ). Вычислим ее площадь:

$$S = \text{пл. } OC_1B_1D - \text{пл. } OA_1B_1D$$

$$S = x_0 \ln(x_0) - \int_0^{\ln(x_0)} e^x dx,$$

$$S = x_0 \ln(x_0) - e^x \Big|_0^{\ln(x_0)}, \text{ т.е.}$$

$$S = x_0 \ln(x_0) - x_0 + 1 \quad (2)$$

Ответ:  $x_0 \ln(x_0) - x_0 + 1$  кв.ед.

Теперь из равенства (1) и (2) имеем:

$$\int_1^{x_0} \ln x dx = x_0 \ln x_0 - x_0 + 1,$$

или, полагая  $x_0 = x$ , получим:

$$\int_1^x \ln x dx = x \ln x - x + 1,$$

т.е.  $F(x) = x \ln x - x = 1$  (3)

Есть одна из первообразных функций для функции  $f(x) = \ln x$ . (4)

Заменяя равенство (3) на  $C$  (где  $C = const$ ), получим общий вид первообразных для функции (4):

$$F(x) = x \ln x - x + C \quad (5)$$

По формуле перехода от одного основания логарифма к другому имеем:

$$f(x) = \log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)} = \frac{1}{\ln(a)} \ln(x)$$

Применяя формулу (5), получим:

$$F(x) = \frac{1}{\ln(a)}(x \ln(x) - x) + C \quad (6)$$

Таким образом, функция (6) представляет общий вид первообразных для функции  $f(x) = \log_a x$

### 3. Закрепление новых знаний.

**Задача 1.** Найти общий вид первообразных следующих функций:

а)  $f(x) = \log_3(x)$ ;                      б)  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2x - 5)$

**Решение:**

а)  $F(x) = \frac{1}{\ln(3)}(x \ln(x) - x) + C$ ;

б)  $F(x) = \frac{1}{2 \ln(\frac{1}{2})}((2x - 5) \ln(2x - 5) - (2x - 5)) + C$ ,

$$F(x) = -\frac{1}{\ln(4)}((2x - 5) \ln(2x - 5) - 2x + 5) + C.$$

**Задача 2.** Вычислить площадь фигуры, с ограниченной линиями:

$f(x) = \log_3 x$ ,  $x = 3$  и  $x = 27$  (рис. 2).

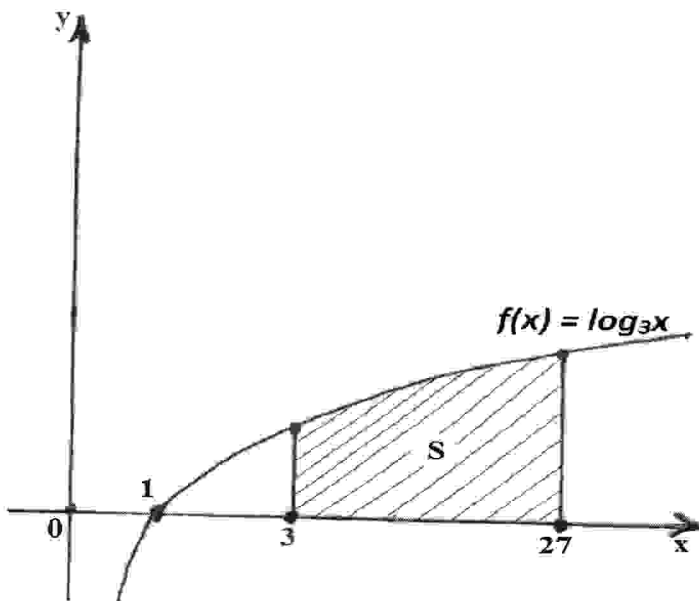


Рис. 2

Решение:

Имеем (см. решение задачи 1а):

$$S = \int_3^{27} \log_3(x) dx = \frac{1}{\ln(3)} (x \ln x - x) \Big|_3^{27} = \frac{1}{\ln(3)} (27 \ln 27 - 27) - \frac{1}{\ln(3)} (3 \ln 3 - 3) = 81 - \frac{27}{\ln(3)} - 3 + \frac{3}{\ln(3)} = 78 - \frac{24}{\ln(3)}$$

Ответ:  $78 - \frac{24}{\ln(3)}$

**Задача 3.** При каких значениях параметра  $a$  выполнено условие:

1)  $\int_1^a \ln x dx = 1$ ;

2)  $\int_1^a \ln x dx = a + 1$

Решение.

Прежде заметим, что  $a > 1$  как верхний предел интеграла.

1)  $\int_1^a \ln x dx = (x \ln x - x) \Big|_1^a = a \ln a - a - (1 \ln 1 - 1) = a \ln a - a + 1$ .

Тогда  $a \ln a - a + 1 = 1, a(\ln a - 1) = 0$ , откуда  $\ln a - 1 = 0, \ln a = 1, a = e$

2) Аналогично имеем:

$$a \ln a - a + 1 = a + 1,$$

$$a \ln a = 2a, \ln a = 2, a = e^2$$

Ответы: 1)  $a = e$  2)  $a = e^2$

**Примечание.** Если в формуле(6) положить  $a = e$ , то получим формулу(5).

#### **IV. Справка.**

Отметим, что формула (5) устанавливается в полных курсах математического анализа

способом интегрирования, называемым «Интегрированием по частям», т.е. аналитически.

#### **V. Подведение итогов урока.**

**Учитель.** Я думаю, мы с вами неплохо потрудились и за время урока смогли приобрести новые знания (расширили список известных формул первообразных). Хочется услышать ваше мнение об уроке.

«МИКРОФОН»

Сегодня я узнал...

Было интересно ...

Я понял, что...

Было трудно ...

Меня удивило...

Я научился...

#### **VI. Домашнее задание:**

Изучить вывод новых формул.

## Литература

1. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / (Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, М.В.Ткачёва, и др).-4-е издание.- М.: Просвещение, 2017.-453с.: ИЛ.