

Содержание

Рецензия на программу элективного курса по информатике "Логика в информатике"	2
§1.Программа элективного курса по информатике "Логика в информатике"	
1.1.Пояснительная записка	4
1.2.Цели курса	4
1.3.Задачи программы	5
1.4.Содержание курса	5
1.5.Программное обеспечение курса	5
1.6.Тематическое планирование учебного материала	6
1.7.Содержание тем учебного курса	6
§2.Методическое сопровождение курса	
2.1.Основные понятия логики	7
2.2.Алгебра логики	9
2.2.1 Логические операции	11
2.2.2 Построение таблиц истинности, логических схем	15
2.2.3 Законы алгебры логики	17
2.3.Задачи	
2.3.1.Решение логических задач	21
2.3.2.Решение задач с помощью таблиц	22
2.3.3.Решение задач с использованием алгебры логики	25
2.3.4.Задачи с выбором одного ответа	27
2.3.5.Задачи для подготовки к ЕГЭ	30
Библиографический список	34
Приложение. История логики	35

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ДГТУ)**

КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

РЕЦЕНЗИЯ

**НА ПРОГРАММУ ПРЕДПРОФИЛЬНОГО КУРСА «ЛОГИКА В ИНФОРМАТИКЕ»
ПО ИНФОРМАТИКЕ И ИКТ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
КУЦ НАТАЛЬИ ИВАНОВНЫ**

Программа предпрофильного курса «Логика в информатике», разработанного учителем математики и информатики МБОУ СОШ №4 с углубленным изучением отдельных предметов города Батайска Ростовской области Куц Натальи Ивановны нацелена на углубленное освоение учащимися 9 класса одной из важнейших образовательных линий курса «Информатика и ИКТ».

Автор курса предусматривает включение в программу задач и заданий, трудность которых определяется не столько содержанием, сколько новизной и необычностью ситуаций. Это соответствует появлению желаний отказаться от образца, проявить самостоятельность, формировать умения работать в условиях поиска, развитию сообразительности, любознательности. Верно понимая роль внеурочной работы по предмету в решении задач воспитания, развития и социализации школьников в современном информационном обществе, автор ставит и успешно решает важные педагогические задачи: формирование ИКТ-компетентности, развитие познавательных потребностей, творческих способностей.

В основе программы данного предпрофильного курса лежит установка на формирование у учащихся способностей к аналитическому, формально-логическому мышлению, расширение и углубление знаний, умений и навыков в решении различных логических задач.

Актуальность данного курса состоит в том, что в 9 классе не предусмотрено изучение темы «Логические основы компьютера», а для учащихся, которые выбирают экзамен по информатике и ИКТ в форме ГИА этот курс поможет в подготовке к успешной сдаче экзамена или просто расширит кругозор и поможет определиться с выбором профиля для дальнейшего обучения.

В качестве компонентов структуры программы выступают: пояснительная записка, описание результативно-целевой направленности (цели, задачи, методические особенности УМК, ожидаемые результаты), содержание, тематическое планирование с

описанием основных понятий и компьютерного практикума, список литературы и ресурсов Интернет. Программа рассчитана на 16 часов. Время реализации программы: 1 учебное полугодие – при проведении 1 часа в неделю; 1 четверть – при проведении 2 часов в неделю. Программа содержит все необходимые темы, обеспечивающие требованиям качественной подготовки учащихся по предмету.

Курс изучения логики состоит из трех модулей, построен линейно через постепенный переход от простейших логических форм мышления к наиболее сложным через теоретическое и практическое рассмотрение каждой из них в развитии. Работа по курсу постоянно опирается на имеющийся жизненный опыт учащихся.

В работе выдержано единообразие буквенных обозначений, правильная формульная символика. Достоинством программы является раскрытие методических особенностей учебно-методического комплекта (описание учебных мотивов, целей, задач, учебных действий и операций с учетом УУД) и результатов занятий внеурочной деятельности обучающихся (личностных, метапредметных и предметных).

Как положительный факт можно отметить то, что данная программа дополнена методической разработкой автора «Логическая информация и основы логики», которая содержит как теоретический материал по данной теме, так и набор практических заданий из единого банка заданий для подготовки к ГИА и ЕГЭ по информатике.

Представленная на рецензию программа является инновационной по форме и содержанию, соответствует ключевым направлениям модернизации образования и обладает практической ценностью.

Предпрофильный курс «Логика в информатике» соответствует всем требованиям, предъявляемым к работам такого рода и может быть рекомендован к использованию в учебном процессе в средних общеобразовательных учреждениях преподавателями информатики и ИКТ.

Рецензент:

старший преподаватель
кафедры информационных технологий ДГТУ



Барашко Е.Н.

Подпись Е.Н. Барашко удостоверяю
Начальник общего отдела ДГТУ



Королева И.А.

Программа предпрофильного курса по информатике

"Логика в информатике"

Пояснительная записка

Программа элективного курса предназначена для предпрофильной подготовки учащихся 9 класса по информатике и ИКТ.

Овладение логической культурой предполагает ознакомление учащихся с основами логической науки, которая в течение двухтысячелетнего развития накопила теоретически обоснованные и оправдавшие себя методы и приёмы рационального рассуждения. Логика способствует становлению самосознания, интеллектуальному развитию личности, помогает формированию научного мировоззрения.

В основе программы данного предпрофильного курса лежит установка на формирование у учащихся способностей к аналитическому, формально-логическому мышлению, расширение и углубление знаний, умений и навыков в решении различных логических задач.

К теоретической базе курса относится знание основных логических операций и операций с ними.

К практической базе курса относятся умения учащихся решать логические задачи.

В соответствии с этим занятия по данному предпрофильному курсу делятся на теоретическую и практическую части.

При изучении данного курса учащиеся получают возможность получить представления и расширить свои знания о предмете логики. Профориентационная составляющая курса поможет учащимся определиться с выбором профиля обучения в старшей школе, практическая направленность ориентирует учащихся на будущую трудовую деятельность в новом, информационном обществе. Возможность практического использования информационных технологий поднимает значимость работы учащихся, способствует созданию положительной мотивации к изучению информатики. Актуальность предпрофильного курса «Логика в информатике» состоит в том, что изучение этой темы в УМК Н.Д.Угриновича 7-9 класс, 10-11 класс (общеобразовательный уровень) не предусмотрен. Для учащихся, которые выберут экзамен по информатике и ИКТ в форме ГИА этот курс поможет в сдаче экзамена, а для остальных – расширит кругозор и поможет определиться с выбором профиля.

Цели курса

Социально-психологические: оказание помощи в принятии решения о направлении дальнейшего образования; обеспечение осознанного выбора учащимися профиля дальнейшего обучения в 10-11 классах.

Дидактические: формирование компетентностей в сфере самостоятельной познавательной деятельности, навыков работы с большими объемами информации, умений увидеть проблему и наметить пути её решения, умения планировать свою деятельность; формирование критического мышления и умения оценить учащимися

своих возможностей в изучении информатики; расширение и углубление знаний учащихся по логике и формирование умений, навыков в решении логических задач, развить гибкость мышления, готовность свои познавательные возможности использовать в жизненной ситуации.

Задачи программы

- ✓ Содействовать формированию у школьников образного и теоретического мышления;
- ✓ Развить навыки анализа и самоанализа;
- ✓ Формирование умения планировать свою деятельность;
- ✓ Формирование у обучающихся умение сравнивать, обобщать, находить характерные признаки понятий, определять вид суждений, строить умозаключения;
- ✓ Осуществление перехода от индуктивного умения оперировать суждениями и понятиями, терминами и высказываниями к сознательному применению логических правил и законов;
- ✓ Формирование умений замечать логические ошибки в устной и письменной речи, показать правильные пути опровержения этих ошибок;
- ✓ Содействовать развитию учебной мотивации, творческих способностей и познавательного интереса учащихся.

Программа рассчитана на 16 часов. Время реализации программы: 1 учебное полугодие – при проведении 1 часа в неделю; 1 четверть – при проведении 2 часов в неделю.

Содержание курса

В программе «Логика в информатике» рассматриваются:

- ✓ основные вопросы алгебры логики,
- ✓ операции над логическими высказываниями,
- ✓ построение логических схем, таблиц истинности;
- ✓ решение логических задач методом таблиц и методом графики.

Курс изучения логики построен линейно через постепенный переход от простейших логических форм мышления к наиболее сложным через теоретическое и практическое рассмотрение каждой из них в развитии. Работа по курсу постоянно опирается на имеющийся жизненный опыт учащихся и поэтому изложение материала в основном строится на индуктивной основе с последующим выявлением причинно-следственных связей.

Программное обеспечение курса

Программное обеспечение для курса предпрофильной подготовки является стандартным и ориентировано на программные продукты фирмы Microsoft:

- ✓ операционная система Windows 7 (2000 XP);
- ✓ текстовый процессор Word (2003, 2007);
- ✓ программа презентаций PowerPoint (2003, 2007).

Тематическое планирование учебного материала

№ темы	Название темы	Количество часов		
		всего	теория	практика
1	Введение. Что изучает логика?	1	0,5	0,5
2	Основные логические операции.	2	1	1
3	Построение таблиц истинности, логических схем и булевых выражений	3	2	1
4	Законы и тождества алгебры логики	3	0,5	2,5
5	Приемы и способы решения логических задач	4	0,5	3,5
6	Логические основы компьютера	2	1	1
7	Подведение итогов. Зачет по теме	1	0	1
Общее количество часов:		16	5,5	10,5

Для оценки знаний и умений учащихся предложены контрольные вопросы, тематические тесты, презентации.

Содержание тем учебного курса

Тема 1. «Что изучает логика?»

Основные понятия алгебры логики. Этапы развития логики. Понятие. Суждение. Умозаключение. Простые и сложные высказывания.

Тема 2. «Основные логические операции».

Основные логические операции. Отрицание. Логическое сложение. Логическое умножение. Импликация. Эквиваленция. Таблица истинности.

Тема 3. «Построение таблиц истинности, логических схем и булевых выражений»

Построение таблиц истинности по булевому выражению. Построение логических схем по булевому выражению. Получение булева выражения по таблице истинности.

Тема 4. «Законы и тождества алгебры логики»

Тождества логического сложения и логического умножения. Переместительный закон. Сочетательный закон. Распределительный закон. Закон де Моргана. Упрощение логических выражений.

Тема 5. «Приемы и способы решения логических задач»

Алгоритм решения логических задач. Приемы и способы решения задач. Решение логических задач.

Тема 6. «Логические основы компьютера»

Логические основы компьютера. Сумматор. Простейший одноразрядный двоичный сумматор. Триггер. Регистры. Основные виды регистров.

Тема 7. «Подведение итогов». Зачет по теме.

Методическое сопровождение курса

*... логика есть искусство, которое упорядочивает и связывает мысли...
... люди ошибаются именно потому, что им недостает логики.
Г. Лейбниц*

2.1. Основные понятия логики

Логика (др.-греч.— «наука о рассуждении», «искусство рассуждения») – наука о формах, методах и законах правильного мышления. Мышлением занимаются и психология, и педагогика, и многие другие науки. По содержанию человеческое мышление бесконечно многообразно, ведь думать можно о чем угодно. Но мысли возникают и строятся по одним и тем же законам, подчиняются одним и тем же принципам, имеют одни и те же схемы или формы. Рассмотрим пример. Высказывания:

- «все ананасы – это фрукты»,
- «все тигры – это хищные животные»,
- «все автомобили – это транспортные средства»

различаются по содержанию, но сходны по форме: «все А – это В», где А и В – это какие-либо предметы. Форму «все А – это В» можно наполнить любым содержанием, например, все учебники – это книги. Рассмотрим другой пример. Три различных по содержанию высказывания:

- «если наступает весна, то тает снег»,
- «если не готовиться к ЕГЭ, то можно получить двойку»,

«если стоит сильный туман, то самолеты не могут совершить посадку» строятся по одной и той же форме: «если А, то В». И к этой форме можно подобрать множество различных содержательных высказываний. Логика не рассматривает содержанием мышления, она изучает только формы мышления. Логика рассматривает не что мы мыслим, а как мы мыслим, поэтому она также часто называется формальной логикой. Например, если по содержанию высказывание «Все комары – это насекомые» является понятным, осмысленным, а высказывание «Все крокодилы – это птицы» является бессмысленным, то для логики эти два высказывания равноценны: ведь она занимается формами мышления, а форма у этих двух высказываний одна и та же – «Все А – это В». Таким образом, форма мышления – это способ, которым выражаются мысли, или схема, по которой они строятся. Существует три формы мышления.

1. **Понятие** – это форма мышления, которая обозначает какой-либо объект или признак объекта, который отличает его от других объектов (примеры понятий: «собака», «растение», «планета», «химический элемент», «смелость», «трудолюбие» и т.п.).

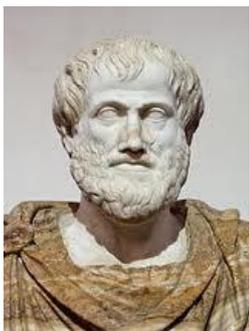
2. **Высказывание** (суждение, утверждение) – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах понятий и отношениях между ними, например «Солнце не является планетой»; «Некоторые вещества – это металлы»; «Все цифры – это знаки»; « $2*2=4$ » и т.п.). Высказывание – повествовательное предложение, может быть истинным или ложным. Высказывания бывают общими, частными или единичными. Общее высказывание начинается (или можно начать) со слов: **все, всякий, каждый, ни один**. Частное высказывание

начинается (или можно начать) со слов: **некоторые**, **большинство** и т.п. Во всех других случаях высказывание является единичным.

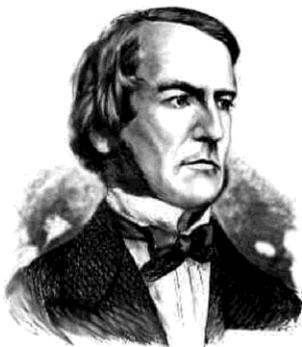
3. **Умозаключение** – это форма мышления, в которой из двух или нескольких исходных высказываний получают новое высказывание или вывод. Пример умозаключения: Все металлы электропроводны. Железо – это металл. Железо электропроводно.

Помимо форм мышления логика также занимается законами мышления, т.е. такими правилами, соблюдение которых приводит рассуждение к истинным выводам при условии истинности исходных суждений.

Основная цель логики – исследование того, как из одних утверждений можно выводить другие. При этом предполагается, что вывод зависит только от способа связи входящих в него утверждений и их строения, а не от их конкретного содержания. **Логика** – наука, изучающая методы установления истинности или ложности одних высказываний (утверждений) на основе истинности или ложности других высказываний.



Исторически логика изучалась как часть философии. Сейчас логика также изучается как часть математики, информатики. Логика появилась примерно в IV в. до н.э. в Древней Греции, ее создателем считается Аристотель. Аристотелевская, или традиционная логика для анализа правильного мышления использует естественный язык, а символическая логика, появившаяся в XIX в., пользуется искусственным языком символов, подобным языку математики.



В конце XIX — начале XX веков были заложены основы математической, или символической, логики. Её суть заключается в том, что для обнаружения истинностного значения выражений естественного языка можно применять математические методы. Большой вклад в развитие символической логики внесли такие учёные, как Дж. Буль, О. де Морган, Г. Фреге, Ч. Пирс и др. В XX веке математическая логика оформилась в качестве самостоятельной дисциплины. В середине XX века развитие вычислительной техники привело к появлению логических элементов, и устройств вычислительной техники, решались проблемы синтеза, проектирование и моделирования логических устройств вычислительной техники.



Задачи

№1. Какие из предложений являются высказываниями? Определите их истинность.

1. Число 6 – четное.
2. Посмотрите на доску.
3. Все роботы являются машинами.
4. У каждой лошади есть хвост.
5. Внимание!
6. Кто отсутствует?
7. Есть кошки, которые дружат с собаками.

8. Не всё то золото, что блестит.
9. Некоторые люди являются художниками.
10. Выразите 1 час 15 минут в минутах.
11. Всякий моряк умеет плавать.

№2. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Определите их истинность.

1. Наполеон был французским императором.
2. Чему равно расстояние от Земли до Марса?
3. Внимание! Посмотрите направо.
4. Электрон – элементарная частица.
5. Не нарушайте правил дорожного движения!
6. Полярная Звезда находится в созвездии Малой Медведицы.

№3. Какие из приведенных высказываний являются общими?

1. Не все книги содержат полезную информацию.
2. Кошка является домашним животным.
3. Все солдаты храбрые.
4. Ни один внимательный человек не совершает оплошность.
5. Некоторые ученики двоечники.
6. Все ананасы приятны на вкус.
7. Мой кот страшный забияка.
8. Любой неразумный человек ходит на руках.

№4. Какие из приведенных высказываний являются частными?

1. Некоторые мои друзья собирают марки.
2. Все лекарства неприятны на вкус.
3. Некоторые лекарства приятны на вкус.
4. А – первая буква в алфавите.
5. Некоторые медведи – бурые.
6. Тигр – хищное животное.
7. У некоторых змей нет ядовитых зубов.
8. Многие растения обладают целебными свойствами.
9. Все металлы проводят тепло.

№5. Определите истинность высказывания.

1. Все ребята умеют плавать.
2. Киев – столица Украины.
3. Некоторые кошки не любят рыбу.
4. Человек все может.
5. Невозможно создать вечный двигатель.
6. Каждый человек – художник.
7. Прямоугольник есть геометрическая фигура.
8. Некоторые рыбы – хищники.

2.2. Алгебра логики

Алгебра логики раздел математической логики, изучающий логические высказывания и методы установления их истинности или ложности с помощью алгебраических методов.

Основоположником алгебры логики является английский математик Джордж Буль (1815-1864). Он изучал логику мышления математическими методами и разработал алгебраические методы решения традиционных логических задач. В работе Буля «Исследование законов мышления» была изложена алгебра логики высказываний, основанная на трех операциях And (И), Or (ИЛИ) и Not (НЕ). Эту алгебру называют **булевой алгеброй**. Она позволяет описывать принципы построения и работы логических схем компьютеров, использующих двоичную систему счисления.

Логическое высказывание – это повествовательное предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно. Например, высказывание «сумма углов треугольника равна 180 градусам» - истинно, а высказывание «Рим – столица Греции» - ложно. Не всякое повествовательное предложение является логическим высказыванием. Определить, истинны или ложны предложения «ученик восьмого класса» и «очень жаркое лето» нельзя. Вопросительные предложения, предложения в повелительной форме также не являются высказываниями.

Истинность или ложность высказывания определяется не алгеброй логики, а конкретными науками, практикой, наблюдениями. Для алгебры логики важен не смысл высказывания, важна лишь его истинность или ложность.

Из заданных высказываний можно строить новые высказывания. Для этого используются слова и словосочетания «и», «или», «не», «либо..., либо», «тогда и только тогда» и др. Такие слова и словосочетания называются **логическими связками**. Высказывания, образованные из других высказываний, называются **составными (сложными)**. Высказывания, не являющиеся составными, называются **простыми** или **элементарными**. Например, из простых высказываний «Сергей – футболист», «Сергей – пловец» можно получить составное высказывание «Сергей – футболист и пловец». Истинность этого высказывания означает, что Сергей занимается двумя видами спорта. Если высказывание ложно, то Сергей либо не занимается обоими видами спорта, либо не занимается хотя бы одним из них.

Другое составное высказывание «Сергей – футболист или пловец» означает в алгебре логики, что при истинности этого высказывания Сергей или футболист, или пловец, или футболист и пловец одновременно. Если же высказывание ложно, значит, Сергей не занимается ни футболом, ни плаванием.

Алгебра логики позволяет определять истинность или ложность составных высказываний, не вникая в их содержание. В алгебре логики для формализации работы с высказываниями их обозначают символическими именами, например, А, В, С. Тогда, если обозначить простые высказывания «Денис сделал уроки» именем А, «Денис пошел в кино» именем В, то составное высказывание «Денис сделал уроки и пошел в кино» можно записать как «А и В». Здесь «и» – логическая связка, А, В – **логические переменные**, которые могут принимать логические значения «истина» или «ложь». Логические значения «истина» и «ложь» могут обозначаться иначе:

истина	ложь
true	false
да	нет
1	0

Истинность или ложность составных высказываний зависит от истинности или ложности простых высказываний.

Пример 1 задания с одним ответом

Для составления цепочек разрешается использовать бусины четырех типов, обозначенные буквами У, М, К, И. Каждая цепочка должна состоять из трех бусин, при этом должны соблюдаться правила:

- любая цепочка заканчивается гласной буквой,
- после согласной буквы не может идти буква У, а после гласной К,
- на первом месте не может быть К или М.

Какая из цепочек построена по этим правилам?

- 1) МКУ 2) ИКИ 3) УМИ 4) КУУ

Решение:

Здесь правила есть логические высказывания. Требуется определить, какая из цепочек символов удовлетворяет всем высказываниям. Для каждого из ответов проверим истинность высказываний:

Высказывания	Ответы			
	МКУ	ИКИ	УМИ	КУУ
Любая цепочка заканчивается гласной буквой	да	да	да	да
После согласной буквы не может идти буква У, а после гласной К	нет	нет	да	нет
На первом месте не может быть К или М	нет	да	да	да

Все высказывания истинны только для ответа 3.

Ответ: 3.



Задачи

№6.

Для составления цепочек разрешается использовать бусины четырех типов, обозначенные буквами Н, У, Ы, Х. Каждая цепочка должна состоять из четырех бусин, при этом должны соблюдаться правила:

- любая цепочка начинается с согласной,
- любая цепочка заканчивается буквой Ы или У,
- на втором месте не может стоять гласная.

Какая из цепочек построена по этим правилам?

- 1) ЫХХУ 2) ХЫХЫ 3) НУХЫ 4) НХЫЫ

2.2.1. Логические операции

Простые высказывания будем обозначаются прописными буквами латинского алфавита, а факт истинности или ложности высказывания $A=1$ или $A=0$. Буквы, обозначающие переменные высказывания будем называть высказывательными переменными.

Конструирование составных высказываний из простых осуществляется при помощи связок (см. табл. 1).

Таблица 1 – Основные логические связки

Связки	Обозначение	Название соответствующих операций
Нет; не; неверно;...	$\neg (\bar{A})$	Отрицание
И; а; но;...	$\& (\wedge)$	Конъюнкция (логическое умножение)
Или; либо;...	\vee	Дизъюнкция (логическое сложение)
Следует; влечет; если..., то...; тогда; вытекает...	\rightarrow	Импликация
Эквивалентно; равносильно; если и только если; тогда и только тогда; в том и только в том случае;...	$\sim (\leftrightarrow)$	Эквиваленция

Логическая операция – способ построения сложного высказывания из данных высказываний, при котором значение истинности сложного высказывания полностью определяется значениями истинности исходных высказываний.

Определим смысл каждой из связок.

1. *Логическое отрицание* (инверсия) образуется из высказывания с помощью добавления частицы «не» к сказуемому или использования оборота речи «неверно, что...».

Обозначения логического отрицания: НЕ А, $\neg A$, \bar{A} , NOT А, А'.

Таблица 2 – Логическая связка \neg

А	$\neg A$
1	0
0	1

Из таблицы 2 следует, что отрицание высказывания истинно, когда высказывание ложно и ложно, когда высказывание истинно.

2. *Логическое умножение* (конъюнкция) образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза «и» (см табл. 3).

Обозначения логического умножения: А и В, $A \wedge B$, $A \& B$, $A \cdot B$, А AND В.

Таблица 3 – Логическая связка $\&$

А	В	$A \& B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Из таблицы 3 следует, что конъюнкция двух высказываний истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны, и ложно тогда и только тогда, когда ложно хотя бы одно из высказываний.

3. *Логическое сложение* (дизъюнкция) образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза «или» (см. табл.4).

Обозначения логического сложения: А или В, $A \vee B$, $A \mid B$, А + В, А OR В.

Таблица 4 – Логическая связка \vee

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Из таблицы 4 следует, что дизъюнкция двух высказываний истинно тогда и только тогда, когда хотя бы одно из высказываний истинно, и ложно тогда и только тогда, когда ложны оба высказывания.

4. *Логическое следование* (импликация) образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «если ..., то ...» (см. табл.5)

Обозначения логического следования: $A \rightarrow B$, $A \Rightarrow B$.

Таблица 5 - Логическая связка \rightarrow

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Из таблицы 5 следует, что импликация двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда из истинного высказывания следует ложное (когда истинная посылка влечет ложное заключение). В операции импликации $A \rightarrow B$ операнд A называют посылкой, операнд B следствием или заключением.

5. *Логическое равенство* (эквиваленция) образуется соединением двух высказываний с помощью оборота речи «тогда и только тогда, когда...» (см. табл.6).

Обозначения логического равенства: $A \sim B$, $A \leftrightarrow B$, $A = B$.

Таблица 6 - Логическая связка \sim

A	B	$A \sim B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

О формах записи логических операций

Приведем варианты записи логических операций на примере одного выражения:

- 1) не A и B или A и не B
- 2) $\neg A \wedge B \vee A \wedge \neg B$
- 3) $\neg A \& B \vee A \& \neg B$
- 4) $A B \vee A \bar{B}$

Это далеко не все варианты записей. Первый вариант используется в заданиях ЕГЭ и ГИА, второй – в заданиях ЕГЭ, третий – в заданиях ГИА. Варианты 2 и 3 удобны для обозначения последовательности выполнения логических операций. Вместе с тем второй вариант записи не удобен при проведении преобразований сложных логических выражений, в то время как четвертый вариант имеет более простую и наглядную форму.

Мы будем использовать второй и четвертый варианты обозначений.



Задачи

№7. Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя логические связки « \wedge », « \vee »:

Например,

Все ученики изучают математику. \rightarrow Все ученики изучают математику \wedge литературу.
Все ученики изучают литературу.

1. Марина старше Светы. Оля старше Светы.
2. Одна половина класса изучает английский язык. Вторая половина класса изучает немецкий язык.
3. В кабинете есть учебники. В кабинете есть справочники.
4. Слова в этом предложении начинаются на букву Ч. Слова в этом предложении начинаются на букву А.
5. Часть туристов любят чай. Остальные туристы любят молоко.
6. Синий кубик меньше красного. Синий кубик меньше зеленого.
7. $X=3$, $X>2$.

№8.

Определите значение истинности следующих высказываний:

1. Приставка есть часть слова, и она пишется отдельно со словом.
2. Суффикс есть часть слова, и он стоит после корня.
3. Родственные слова имеют общую часть, и они сходны по смыслу.
4. Рыбу ловят сачком или ловят крючком, или мухой приманивают, или червячком.
5. Буква «А» - первая буква в слове «аист» или «сова».
6. Две прямые на плоскости параллельны или пересекаются.
7. Данное число четно или число, больше его на единицу, четно.
8. Луна – планета или $2+3=5$.

№9.

Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными при выполнении следующих условий:

1. Хотя бы одно из чисел X, Y, Z положительны.
2. Хотя бы одно из чисел X, Y, Z отрицательны.
3. Хотя бы одно из чисел X, Y, Z не является положительным.
4. Только одно из чисел X, Y, Z является отрицательным.

№10.

Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными при выполнении следующих условий:

1. Только одно из чисел X, Y, Z больше 10.
2. Только одно из чисел X, Y, Z не больше 10.
3. Не одно из чисел X, Y, Z не равно 104.
4. Каждое из чисел X, Y, Z равно 0.

№11.

Сформулируйте высказывание на обычном языке для следующих логических выражений:

1. $(X=12) \wedge (Y=12) \wedge (Z=12)$.
2. $(X<0) \wedge (Y>0) \vee (Y<0) \wedge (X>0)$.
3. $(X*Y<0) \wedge (X*Z>0)$.
4. $(X*Y*Z<0) \wedge (X*Y>0)$.

№12.

Определите значение логического выражения $\neg (X>Z) \wedge \neg (X=Y)$, если:

1. $X=3, Y=5, Z=2$.
2. $X=0, Y=1, Z=19$.
3. $X=5, Y=0, Z=-8$.
4. $X=9, Y=-9, Z=9$.

№13.

Используя связку «если..., то...», измените высказывание.

1. Кончил дело, гуляй смело.
2. Знакомая дорога – самая короткая.
3. Тише едешь – дальше будешь.
4. Переходи улицу только на зеленый цвет.
5. При встрече люди приветствуют друг друга.
6. В високосном году 366 дней.
7. Когда темнеет, зажигают фонари.
8. По стройке необходимо ходить в каске.

№14.

Запишите в виде логической формулы следующие высказывания:

1. Если Иванов здоров и богат, то он здоров.
2. Число является простым, если оно делится только на единицу и само на себя.
3. Если число делится на 4, оно делится на 2.
4. Произвольно взятое число либо делится на 2, либо делится на 3.
5. Спортсмен подлежит дисквалификации, если он некорректно ведет себя по отношению к сопернику или судье, и если он принимал «допинг».

2.2.2. Построение таблиц истинности, логических схем и булевых выражений

Мы рассмотрели пять логических операций. Однако, импликацию можно выразить через дизъюнкцию и отрицание. Эквивалентность можно выразить через отрицание, дизъюнкцию и конъюнкцию. Таким образом, операций отрицания, дизъюнкции и конъюнкции достаточно, чтобы описывать и обрабатывать логические высказывания.

Порядок выполнения логических операций задается круглыми скобками. Но для уменьшения числа скобок договорились считать, что сначала выполняется операция отрицания (“не”), затем конъюнкция (“и”), после конъюнкции — дизъюнкция (“или”) и, в последнюю очередь – импликация, эквивалентность.

Известному немецкому математику и логике Эрнесту Шредеру пришло в голову предложить в качестве знака для обозначения ложного суждения цифру **0**, что,

конечно, привело к обозначению истины цифрой **1**. Тогда таблица истинности приобретает некий арифметический вид. Составим таблицу истинности, в которой представлены значения функций, в которых переменные связаны различными логическими связками, а также выполняется операция отрицания:

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \sim B$	\bar{A}
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	
1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	

В алгебре высказываний суждениям ставятся в соответствие логические переменные, обозначаемые прописными буквами латинского алфавита.

Логическая функция - это функция логических переменных, которая может принимать только два значения : 0 или 1. В свою очередь, сама логическая переменная (аргумент логической функции) тоже может принимать только два значения: 0 или 1. С помощью логических переменных и символов логических операций любое высказывание можно формализовать, т.е. заменить логической функцией. Обычно значения логических функций записываются в виде таблиц (т.н. таблицы истинности). Число строк в такой таблице - это число возможных наборов значений аргументов. Оно равно 2^n , где n - число переменных. Согласно определению, *таблица истинности* логической формулы выражает соответствие между всевозможными наборами значений переменных и значениями формулы.

Как построить таблицу истинности логической функции, содержащей более одной логической связки. Удобной формой записи при нахождении значений функции является таблица, содержащая кроме значений переменных и значений формулы также и значения промежуточных формул. Здесь необходимо помнить, что существует приоритет логических операций: действия в скобках, отрицание (не), конъюнкция (и \wedge), дизъюнкция (или \vee), импликация \rightarrow , эквивалентность \sim .

Пример. Построить таблицу истинности для логической функции

$$y = A \vee \bar{B} \vee \bar{A} \wedge C$$

Переменные				Промежуточные логические формулы				Функция
A	B	C	\bar{B}	$A \vee \bar{B}$	$A \vee \bar{B}$	\bar{A}	$\bar{A} \wedge C$	$A \vee \bar{B} \vee \bar{A} \wedge C$
0	0	0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	0



Задачи

№15.

Построить таблицы истинности для логических функций:

- 1) $B \vee (B \wedge A)$;
- 2) $A \wedge (A \vee B \vee C)$;
- 3) $A \wedge (B \vee \bar{B} \wedge C)$.

№16.

Построить таблицы истинности для логических функций:

- a) $\bar{A} \wedge (B \vee C)$;
- б) $A \wedge B \wedge C \vee (B \wedge C \vee A)$;
- в) $\overline{(A \vee B \vee C)}$.

2.2.3. Законы алгебры логики

Законы алгебры логики отражают наиболее важные закономерности логического мышления. Представлены они в виде формул и позволяют производить тождественные преобразования логических выражений.

Закон тождества. Всякое высказывание тождественно самому себе: $A = A$.

Закон непротиворечия. Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным. $A \wedge \bar{A} = 0$.

Закон исключенного третьего. Высказывание может быть либо истинным, либо ложным, третьего не дано. $A \vee \bar{A} = 1$.

Закон двойного отрицания. Если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы получим исходное высказывание. $\overline{\bar{A}} = A$.

Законы де Моргана. $\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$

$\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$.

Следующие три закона имеют аналоги в обычной алгебре.

Закон коммутативности. В алгебре высказываний можно менять местами логические переменные при операциях логического умножения и логического сложения:

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A.$$

Закон ассоциативности. Если в логическом выражении используются только операции логического сложения или логического умножения, то можно пренебрегать скобками или произвольно их расставлять:

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C).$$

Закон дистрибутивности. Этот закон позволяет выносить за скобки как общие множители, так и общие слагаемые:

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) = A \wedge (B \vee C)$$

$$(A \vee B) \wedge (A \vee C) = A \vee (B \wedge C).$$

Закон поглощения. $A \vee (B \wedge A) = A$

$$A \wedge (B \vee A) = A$$

Справедливость любого закона алгебры логики можно доказать разными методами. Некоторые законы доказываются путем прямой подстановки вместо переменной значений 0 и 1. Ряд законов доказывается методом перебора всех возможных значений переменных, для которых проверяется справедливость закона. Для доказательства закона достаточно показать тождественность выражений, образующих левую и правую стороны доказываемого соотношения при всех наборах переменных, принимающих значения 0 или 1. Общий формальный метод доказательства законов алгебры логики состоит в том, что справедливость каждого закона доказывается на основе аксиом и ранее доказанных законов. Доказательство заключается в приведении обеих частей выражения к одному виду с помощью последовательных преобразований. Для доказательства законов инверсии следует воспользоваться методом математической индукции.

Рассмотрим *пример*:

Пример 1. Доказать справедливость закона поглощения.

$$A \wedge (A \vee B) = A \wedge A \vee A \wedge B = A \vee A \wedge B = A \wedge 1 \vee A \wedge B = A \wedge (1 \vee B) = A \wedge 1 = A.$$

При доказательстве мы использовали законы коммутативности и дистрибутивности.

Пример 2. Упростить логическое выражение:

$(A \vee \bar{A}) \wedge B = 1 \wedge B = B$; при упрощении этого выражения использовался закон исключенного третьего.

$A \wedge (A \vee B) \wedge (B \vee \bar{B}) = A \wedge B \vee (A \wedge \bar{B}) = A \wedge (B \vee \bar{B}) = A \wedge 1 = A$; здесь использованы законы дистрибутивности сложения относительно умножения и умножения относительно сложения, а также закон исключенного третьего.

$A \wedge (A \vee B) \wedge (B \wedge \bar{B}) = A \wedge (A \vee B) \wedge 0 = 0$; для преобразования данного логического выражения использован закон непротиворечия.

Пример 3. Составить таблицу истинности для формулы $\neg (B \wedge C) \vee (A \wedge C \Rightarrow B)$

Порядок выполнения логических операций:

2 1 5 3 4

$$\neg (B \wedge C) \vee (A \wedge C \Rightarrow B)$$

Составить таблицу истинности.

Сколько строк будет в вашей таблице? 3 переменных: A, B, C; $2^3=8$

Сколько столбцов? 5 операций + 3 переменных = 8

Решение:

Переменные			Промежуточные логические формулы				Функция
A	B	C	$(B \wedge C)$	$\neg (B \wedge C)$	$A \wedge C$	$(A \wedge C \Rightarrow B)$	$\neg (B \wedge C) \vee (A \wedge C \Rightarrow B)$
0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	1	1	1

Какие ответы получились в последнем столбце?

Ответ: 1

Логическое выражение называется **тождественно-истинным**, если оно принимает значения 1 на всех наборах входящих в него простых высказываний. Тождественно-истинные формулы называют **тавтологиями**.

Решим этот пример аналитическим методом:

упрощаем выражение

$\neg (B \wedge C) \vee (A \wedge C \Rightarrow B)$ = (применим формулу для импликации)

$\neg (B \wedge C) \vee \neg (A \wedge C) \vee B$ = (применим 1 и 2 законы де Моргана)

$(\neg B \vee \neg C) \vee (\neg A \vee \neg C) \vee B$ = (уберём скобки)

$\neg B \vee \neg C \vee \neg A \vee \neg C \vee B$ = (применим переместительный закон)

$\neg B \vee B \vee \neg C \vee \neg C \vee \neg A$ = (закон исключения третьего, закон идемпотентности)

$1 \vee \neg C \vee \neg A = 1 \vee \neg A = 1$ (закон исключения констант)

Ответ: 1, означает, что формула является тождественно-истинной или тавтологией.

Логическое выражение называется **тождественно-ложным**, если оно принимает значения 0 на всех наборах входящих в него простых высказываний.

Пример 4. Для какого имени истинно высказывание:

\neg (Первая буква имени гласная \rightarrow Четвертая буква имени согласная)?

1) ЕЛЕНА 2) ВАДИМ 3) АНТОН 4) ФЕДОР

Решение. Сложное высказывание состоит из двух простых высказываний:

A – первая буква имени гласная,

B – четвертая буква имени согласная.

$\neg (A \Rightarrow B) = \neg (\neg A \vee B) = (\neg (\neg A) \wedge \neg B) = A \wedge \neg B$

Применяемые формулы:

1. Импликация через дизъюнкцию $A \Rightarrow B = \neg A \vee B$

2. Закон де Моргана $\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

3. Закон двойного отрицания.

(Первая буква имени гласная \wedge Четвертая буква имени гласная)

Ответ: 3

Пример 5: Какое логическое выражение равносильно выражению $\neg (A \vee \neg B)$?

1) $A \vee B$ 2) $A \wedge B$ 3) $\neg A \vee \neg B$ 4) $\neg A \wedge B$

Решение. $\neg (A \vee \neg B) = \neg A \vee \neg (\neg B) = \neg A \vee B$

Ответ: 4

Пример 5: В таблице приведены запросы к поисковому серверу. Расположите обозначения запросов в порядке возрастания количества страниц, которые найдёт поисковый сервер по каждому запросу.

А	Законы & Физика
Б	Законы I (Физика & Биология)
В	Законы & Физика & Биология & Химия
Г	Законы I Физика I Биология

Для обозначения логической операции «ИЛИ» в запросе используется символ I, а для логической операции «И» – символ &.

Решение: Первый способ основан на рассуждении. Рассуждая логически, мы видим, что больше всего будет найдено страниц по запросу Г, так как при его исполнении будут найдены и страницы со словом «законы», и страницы, со словом «физика», и страницы со словом «биология». Меньше всего будет найдено страниц по

запросу В, так как в нем присутствие всех четырех слов на искомой странице. Осталось сравнить запросы А и Б. По запросу Б будут найдены все страницы, соответствующие запросу А, (так как в последних обязательно присутствует слово «законы»), а также страницы, содержащие одновременно слова «физика» и «биология». Следовательно по запросу Б будет найдено больше страниц, чем по запросу А. Итак, упорядочив запросы по возрастанию страниц, получаем **ВАБГ**.

Ответ: ВАБГ.



Задачи

№ 17 Какое из приведённых имён удовлетворяет логическому условию: (первая буква согласная \rightarrow последняя буква согласная) \wedge (первая буква гласная \rightarrow последняя буква гласная)? Если таких слов несколько, укажите самое длинное из них.

- 1) АННА
- 2) БЕЛЛА
- 3) АНТОН
- 4) БОРИС

№ 18

В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для логической операции «И» - символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет:

Запрос	Найдено страниц (в тыс.)
Ильф & Петров & Остап	800
Ильф & Петров & Бендер	600
Ильф & Петров & Остап & Бендер	500

Какое количество страниц (в тыс.) будет найдено по запросу $(Ильф \ \& \ Петров \ \& \ Остап) | (Ильф \ \& \ Петров \ \& \ Бендер)$? Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

№ 19

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1

Какое выражение соответствует F?

- 1) $X \vee Y \vee Z$
- 2) $X \wedge Y \wedge \neg Z$
- 3) $\neg X \wedge Y \wedge \neg Z$
- 4) $X \vee \neg Y \vee Z$

№ 20

В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для логической операции «И» - символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет:

Запрос	Найдено страниц (в тыс.)
Ильф & Петров & Остап	800
Ильф & Петров & Бендер	600
Ильф & Петров & Остап & Бендер	500

Какое количество страниц (в тыс.) будет найдено по запросу $(\text{Леннон} \ \& \ \text{Маккартни} \ \& \ \text{Старр}) \ | \ (\text{Леннон} \ \& \ \text{Маккартни} \ \& \ \text{Харрисон})$?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

№ 21

В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для логической операции «И» – символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет:

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
<i>Евклид & Аристотель</i>	240
<i>Евклид & (Аристотель Платон)</i>	450
<i>Евклид & Аристотель & Платон</i>	90

Компьютер печатает количество страниц (в тысячах), которое будет найдено по следующему запросу: *Евклид & Платон*. Укажите целое число, которое напечатает компьютер. Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

2.3. Решение логических задач

Логические задачи разнообразны. Для их решения используются разные методы.

Наиболее распространенными являются три: с помощью рассуждений; табличный и средствами алгебры логики. Часто при решении задач используют элементы всех трех методов. Рассмотрим решение логических задач на примерах.

2.3.1. Решение логических задач с помощью рассуждений

Этот метод используется при решении несложных задач, небольшом количестве простых и понятных утверждений, не использующих логические связи.

Пример 4.1 задания с выбором одного ответа.

Виталий, Степан и Матвей поступили в разные вузы: технический, экономический, медицинский. На вопрос, куда поступили ребята, один из них ответил «Виталий поступил в технический вуз, Степан не поступал в технический вуз, Матвей не поступал в медицинский». Выяснилось, что в этом утверждении только одно истинно, а два других ложны. В какой вуз поступили мальчики?

- 1) Степан – в технический, Матвей – в медицинский, Виталий – в экономический
- 2) Степан – в медицинский, Матвей – в технический, Виталий – в экономический
- 3) Степан – в технический, Матвей – в экономический, Виталий – в медицинский
- 4) Степан – в медицинский, Матвей – в экономический, Виталий – в технический

Решение: Имеется три высказывания:

- 1) Виталий поступил в технический вуз
- 2) Степан не поступал в технический вуз
- 3) Матвей не поступал в медицинский.

Если верно первое высказывание, то верно и второе, что противоречит условию задачи. Следовательно, первое высказывание ложно.

Если верно второе высказывание, то первое и третье должны быть ложны. При этом получится, что никто не поступал в технический вуз. Это противоречит условию, поэтому второе утверждение тоже ложно.

Третье утверждение следует считать истинным. Тогда Степан поступил в технический вуз, Матвей – в экономический, Виталий – в медицинский.

Ответ: № 3

Пример 4.2 задания с выбором одного ответа

Классный руководитель пожаловался директору, что у него в классе появилась компания из 3-х учеников, один из которых всегда говорит правду, другой всегда лжет, а третий говорит через раз то ложь, то правду. Директор знает, что их зовут Петя, Стас и Максим, но не знает, кто из них правдив, а кто – нет. Встретив однажды всех троих в коридоре, директор задал Пете два вопроса: "Ты всегда говоришь правду?" и "Стас всегда говорит правду?". На оба вопроса Петя ответил: "Нет". Директор понял, кто из них кто. Расположите первые буквы имен мальчиков в порядке: "говорит всегда правду", "всегда лжет", "говорит правду через раз". (Пример: если бы имена мальчиков были Рома, Толя и Вася, ответ мог бы быть: РТВ)

Решение:

Проверим три предположения: Петя всегда говорит правду, Петя всегда лжет и Петя говорит правду через раз.

1) Допустим, Петя всегда говорит правду. Его ответ "Нет" на вопрос "Ты всегда говоришь правду?" противоречит этому предположению

2) Допустим, Петя всегда лжет. Его ответ "Нет" на вопрос "Ты всегда говоришь правду?" – правдивый, что противоречит его убеждениям – всегда лгать.

3) Допустим, Петя говорит правду через раз. Его ответ "Нет" на вопрос "Ты всегда говоришь правду?" – правдивый, а ответ "Нет" на второй вопрос "Стас всегда говорит правду?" – ложь. Следовательно, Стас всегда говорит правду, а Максим лжец. **Ответ:** СМП

2.3.2. Решение логических задач с помощью таблиц

При использовании этого метода заголовки строк и столбцов таблицы формируются из условий задачи. В клетках таблицы обозначают каким-либо способом истинность или ложность соответствия заголовков строки и столбца. Для обозначения используют 1 и 0 или И и Л или символы + и –. После решения задачи не должно оставаться пустых клеток, а в каждой строке и в каждом столбце, как правило, хотя бы одна клетка помечается как истинная.

Достоинство этого метода заключается в его наглядности. Важно, что если в клетке таблицы установлена истина, то можно сделать вывод о состоянии клеток соответствующих строки и столбца. Часто все остальные клетки строки и столбца будут иметь значение ложь.

Пример 4.3 задания с кратким ответом

В спортивном комплексе работают секции акробатики, волейбола, гимнастики, плавания, фигурного катания и хоккея. Каждую секцию посещает один из друзей: Борис, Володя и Сергей. Каждый из них занимается двумя видами спорта. Определите, какие секции посещает каждый из них, если известно, что

- 1) Сергей – самый высокий
- 2) Занимающийся плаванием меньше ростом занимающегося фигурным катанием
- 3) Увлекающиеся плаванием, фигурным катанием и Борис любят конфеты
- 4) Сергей хорошо знает информатику и помогает решать задачи акробату и волейболисту
- 5) Борис не волейболист и не гимнаст.

В ответе запишите первые буквы имен мальчиков, посещающих секции акробатики, волейбола, гимнастики, плавания, фигурного катания и хоккея. Например, если Коля – пловец и гимнаст, Петя – акробат и фигурист, Саша – волейболист и хоккеист, ответ будет таким: **ПСККПС**

Решение.

По условию задачи три друга посещают по 2 секции из шести, значит, каждый занимается тем видом спорта, которым не увлекаются остальные.

Составим таблицу, в строках которой запишем имена мальчиков, в столбцах – первые буквы названий видов спорта. Обратите внимание на порядок столбцов – он соответствует последовательности записи ответа. Затем будем отмечать в клетках таблицы следствия из пяти заданных высказываний.

	А	В	Г	П	Ф	Х
Борис		–	–	–	–	
Володя				+		
Сергей	–	–		–		

1) Из первого и второго высказываний следует, что Сергей – не пловец. Запишем "–" в таблицу на пересечении строки Сергей и столбца П

2) Из третьего высказывания следует, что Борис – не пловец и не фигурист, пометим клетки знаком "–".

3) В столбце П осталась только одна свободная клетка, запишем в нее + (Володя занимается плаванием).

4) Сергей не акробат и не волейболист (высказывание 4). Ставим минусы. Борис не волейболист и не гимнаст.

В полученной таблице осталась одна непомеченная клетка в столбце В и две – в строке Бориса. Можно сделать вывод, что Володя занимается волейболом. Так как каждый мальчик занимается двумя видами спорта, можно сделать вывод, что Борис – акробат и хоккеист. Запишем полученную таблицу

	А	В	Г	П	Ф	Х
Борис	+	–	–	–	–	+

Володя		+		+		
Сергей	-			-		

Поставим минусы в столбцах А и Х, а также в строке Володя, т.к. для него уже определены два вида спорта.

	А	В	Г	П	Ф	Х
Борис	+	-	-	-	-	+
Володя	-	+	-	+	-	-
Сергей	-	-		-		-

В полученной таблице не заполнены две клетки, которые соответствуют тому, что Сергей занимается гимнастикой и фигурным катанием. Окончательно таблица имеет вид

	А	В	Г	П	Ф	Х
Борис	+	-	-	-	-	+
Володя	-	+	-	+	-	-
Сергей	-	-	+	-	+	-

Ответ: БВСВСБ

Пример 4.4 задания с кратким ответом

На одной улице стоят в ряд 4 дома, в которых живут 4 человека: Алексей, Егор, Виктор и Михаил. Известно, что каждый из них владеет ровно одной из следующих профессий: Токарь, Столяр, Хирург и Окулист, но неизвестно, кто какой, и неизвестно, кто в каком доме живет. Однако, известно, что:

- 1) У Окулиста два соседа
- 2) Хирург живет левее Токаря
- 3) Столяр живет с краю
- 4) Хирург живет рядом со Столяром
- 5) Алексей живет левее Окулиста
- 6) Виктор — не Токарь
- 7) Михаил живет рядом с Хирургом
- 8) Виктор живет рядом со Столяром

Выясните, кто где живет, и дайте ответ в виде перечня заглавных букв имен людей, в порядке слева направо. Например, если бы в домах жили (слева направо) Константин, Николай, Роман и Олег, ответ был бы: КНРО.

Решение.

По условию задачи требуется установить не только профессию, но и последовательность домов. Каждый человек имеет одну профессию и живет в одном из домов. Заметим, что первые символы имен и профессий не совпадают, поэтому будем использовать их в таблицах.

Составим таблицу, в которой укажем номера домов и профессии.

	1	2	3	4
О				
С				
Т				
Х				

а

	1	2	3	4
О	-			-
С		-	-	
Т	-			
Х	-			-

б

	1	2	3	4
О	-			-
С	+	-	-	
Т	-			+
Х	-	+		-

в

	1	2	3	4
О	-	-	+	-
С	+	-	-	-
Т	-	-	-	+
Х	-	+	-	-

г

Рис. 1

Из первого утверждения следует, что Окулист живет не в первом и не в четвертом доме.

Из второго утверждения следует, что Хирург живет не в четвертом доме, т.к. в противном случае он не мог бы жить левее Токаря;

Токарь живет не в первом доме, т.к. левее нет домов. Столяр не живет в домах 2 и 3. Если Хирург живет рядом со Столяром, то он не может жить в первом доме, а может во втором или третьем. Состояние таблицы показано на рис. 2.б.

Можно утверждать, что Столяр живет в первом доме, т.к. в первом столбце осталась одна непомяченная клетка. Запишем в клетке С1 знак плюс, в клетке С4 знак минус. Тогда Токарь живет в четвертом доме, а Хирург рядом со столяром во втором доме (рис. 2.в). Остается проставить знаки минус в столбцах и строках, где уже есть знак плюс. Окулист живет в третьем доме.

Определим профессии людей. Для этого составим вторую таблицу, в которой профессии упорядочим по расположению домов.

	С	Х	О	Т
А		-	-	-
Е		-		
В	-	+	-	-
М		-		

а

	С	Х	О	Т
А	+	-	-	-
Е	-	-		
В	-	+	-	-
М	-	-		

б

	С	Х	О	Т
А	+	-	-	-
Е	-	-	-	
В	-	+	-	-
М	-	-	+	-

в

	С	Х	О	Т
А	+	-	-	-
Е	-	-	-	+
В	-	+	-	-
М	-	-	+	-

г

Рис. 2

Из высказывания 5 следует, что Алексей не Токарь и не Окулист. Внесем пометки в таблицу.

Виктор живет рядом со Столяром, значит, Виктор Хирург. Ставим отметки в таблицу (Рис. 3.а). По таблице видно, что Алексей – Столяр. Проставим отметки (рис. 3.б).

Михаил живет рядом с Хирургом, значит, Михаил – Окулист (рис. 3.в). Осталась одна незаполненная клетка. Егор – Токарь (рис. 3.г).

Ответ: АВМЕ.

2.3.3. Решение логических задач с использованием алгебры логики

В заданиях ЕГЭ иногда используются сложные логические высказывания, которые могут быть истинными или ложными. Для решения таких задач удобно использовать средства алгебры логики. Последовательность действий:

1. Выделить простые высказывания и определить логические связки составных высказываний (логические операции)
2. Ввести обозначения простых высказываний, записать сложные высказывания с использованием этих обозначений
3. Построить логическую формулу, описывающую условие задания
4. Определить значение истинности этой формулы.

Пример 4.5 задания с кратким ответом

Друзья попытались выяснить, собака какой породы стала победителем прошлогодней выставки. Ниже даны утверждения ребят:

Паша: победила Такса

Борис: победила либо Овчарка, либо Такса

Аня: Борис неправ

Коля: Овчарка точно не победила
 Ира: Ни Лабрадор, ни Овчарка не победили
 Вася: Ни Лабрадор, ни Такса не победили
 Маша: Лабрадор точно не победил
 Коля: Ира ошибается
 Оля: победила Овчарка

Собака какой породы победила на выставке, если известно, что из девяти высказываний истины только три? Ответ запишите в виде первой буквы породы.

Решение:

Во всех высказываниях упоминаются только Такса, Овчарка или Лабрадор. Можно считать, что победила собака одной из этих трех пород. Введем обозначения логических высказываний:

T – победила Такса
 O – победила Овчарка
 Л – победил Лабрадор

и запишем высказывания с использованием введенных обозначений. Будем проверять истинность всех девяти высказываний при истинности одного из трех предположений о победителе. Результат запишем в таблицу.

Условие задачи		T=1	O=1	Л=1
Паша	T	1	0	0
Борис	$O \wedge \neg T \vee \neg O \wedge T$	1	1	0
Аня	$\neg T$	0	1	1
Коля	$\neg O$	1	0	1
Ира	$\neg Л \wedge \neg O$	1	0	0
Лена	$\neg Л \wedge \neg T$	0	1	0
Маша	$\neg Л$	1	1	0
Коля	$Л \vee O$	0	1	1
Ирина	O	0	1	0
Количество истинных высказываний		5	6	3

Победил Лабрадор.

Ответ: Л

Пример 4.6 задания с кратким ответом

Четыре студента – Денис, Коля, Рустам и Соня по итогам сессии стали лучшими, но пока неизвестно, кто из них на каком месте находится. Сокурсники высказали предположения о распределении мест:

- 1) Первым будет Денис, вторым – Коля
- 2) Вторым будет Рустам, четвертой – Соня
- 3) Денис будет вторым, Соня – третьей

Когда появились результаты рейтинга, оказалось, что в каждом предположении одно высказывание было истинным, а другое ложным.

Как распределились места в рейтинге? В ответе укажите первые буквы имен студентов с первого до четвертого места.

Решение. Введем обозначения высказываний.

Д1 – Денис занял первое место,

К2 – Коля занял второе место и т.д.

Буква будет обозначать имя, цифра – место в рейтинге.

Сразу оговоримся, что высказывания вида $D1 \wedge D2 = 0$, т.к. один человек не может занимать два места в рейтинге. Высказывания вида $D1 \wedge K1 = 0$, т.к. одно место не могут занять два студента. Конъюнкции, содержащие подобные сомножители, будем вычеркивать.

Каждое составное высказывание содержит одно истинное и одно ложное, чему соответствует логическая связка «либо А либо В, но не оба вместе», или операция исключающего или. Составные высказывания будут иметь вид $A \wedge \neg B \vee \neg A \wedge B$.

$$1) D1 \wedge \neg K2 \vee \neg D1 \wedge K2$$

$$2) P2 \wedge \neg C4 \vee \neg P2 \wedge C4$$

$$3) D2 \wedge \neg C3 \vee \neg D2 \wedge C3$$

Все три логических выражения должны выполняться одновременно, значит, они связаны логической операцией И (логическим умножением, конъюнкцией). Составим выражение и раскроем скобки:

$$(D1 \wedge \neg K2 \vee \neg D1 \wedge K2) \wedge (P2 \wedge \neg C4 \vee \neg P2 \wedge C4) \wedge (D2 \wedge \neg C3 \vee \neg D2 \wedge C3) = (D1 \wedge \neg K2 \wedge P2 \wedge \neg C4 \vee D1 \wedge \neg K2 \wedge \neg P2 \wedge C4 \vee \neg D1 \wedge K2 \wedge P2 \wedge \neg C4 \vee \neg D1 \wedge K2 \wedge \neg P2 \wedge C4) \wedge (D2 \wedge \neg C3 \vee \neg D2 \wedge C3)$$

Слагаемое $D1 \wedge \neg K2 \wedge \neg P2 \wedge C4 = 0$, т.к. на одно третье место претендуют два студента – Коля и Рустем. Продолжим преобразования:

$$(D1 \wedge \neg K2 \wedge P2 \wedge \neg C4 \vee \neg D1 \wedge K2 \wedge \neg P2 \wedge C4) \wedge (D2 \wedge \neg C3 \vee \neg D2 \wedge C3) = D1 \wedge \neg K2 \wedge P2 \wedge \neg C4 \wedge D2 \wedge \neg C3 \vee D1 \wedge \neg K2 \wedge P2 \wedge \neg C4 \wedge \neg D2 \wedge C3 \vee \neg D1 \wedge K2 \wedge \neg P2 \wedge C4 \wedge D2 \wedge \neg C3 \vee \neg D1 \wedge K2 \wedge \neg P2 \wedge C4 \wedge \neg D2 \wedge C3 = D1 \wedge \neg K2 \wedge P2 \wedge \neg C4 \wedge \neg D2 \wedge C3$$

Из полученной конъюнкции следует, что Денис – на первом месте, Рустаем – на втором, Соня – на третьем, Коля – на четвертом.

Ответ: ДРСК.



Задачи

Задания с выбором одного ответа

№ 22

Для составления цепочек разрешается использовать бусины четырех типов, обозначенные буквами Н, У, Ы, Х. Каждая цепочка должна состоять из четырех бусин, при этом должны соблюдаться правила:

- любая цепочка начинается с согласной,
- любая цепочка заканчивается буквой Ы или У,
- на втором месте не может стоять гласная.

Какая из цепочек построена по этим правилам?

- 1) ЫХХУ 2) ХЫХЫ 3) НУХЫ 4) НХЫЫ

№ 23

Пятеро студентов, желающих защитить курсовую работу, записали свои пожелания на очередность: Мария хочет защищаться первой или третьей; Евгений – только

последним; Жанна хочет быть второй или третьей; Алексей – четвертым или пятым; Илья – первым или вторым. Предложено четыре варианта очереди. Какой из них устроит всех? (М – Мария, Е – Евгений, Ж – Жанна, А – Алексей, И – Илья)

- 1) М И Ж Е А 2) И Ж М Е А 3) И Ж М А Е 4) М Ж А И Е

№ 24

Таблица истинности логической функции $F = A \wedge B \vee \neg A \wedge \neg B$ имеет вид

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

1)

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

2)

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

3)

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

4)

№ 25

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F

X	Y	Z	F
1	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1

Какое выражение может соответствовать F?

- 1) $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$
 2) $\neg X \vee \neg Y \wedge \neg Z$
 3) $X \wedge \neg Y \vee Z$
 4) $X \wedge \neg Y \vee \neg Z$

№ 26

Для какого из указанных значений числа X истинно выражение

$$\neg((X - 2 > 6) \vee (X - 4 > 8)) \wedge \neg(X * 3 > 25) ?$$

- 1) 7; 2) 9; 3) 11; 4) 12.

№ 27

Укажите тождественно истинное выражение

- 1) $\neg A \vee \neg B \wedge (\neg A \vee A \wedge B) \vee \neg B$
 2) $A \wedge (\neg A \wedge B \vee A \wedge \neg B) \vee \neg A$
 3) $A \wedge (\neg A \wedge B \vee A \wedge \neg B) \wedge \neg A$
 4) $A \vee B \wedge (\neg A \vee A \wedge B) \vee \neg B$

№ 28

Логическое выражение $\neg(A \wedge B \vee \neg C) \vee \neg A \wedge B$ равносильно выражению

- 1) 0
 2) $\neg A \wedge B \vee \neg A \wedge C \vee \neg B \wedge C$
 3) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$
 4) $\neg A \wedge B \vee \neg A \wedge \neg C \vee \neg B \wedge \neg C$

Задания с кратким ответом

№ 29

Классный руководитель пожаловался директору, что у него в классе появилась компания из 3-х учеников, один из которых всегда говорит правду, другой всегда

лжет, а третий говорит через раз то ложь, то правду. Директор знает, что их зовут Петя, Семен и Максим, но не знает, кто из них правдив, а кто – нет. Однажды все трое опоздали на урок. Он вызвал всех троих в кабинет и поговорил с мальчиками. Петя сказал: «По крайней мере часть утверждений Семена правдива». Семен сказал: «Петя сказал про меня неправду». Директор понял, кто из них кто. Расположите первые буквы имен мальчиков в порядке: «говорит всегда правду», «всегда лжет», «говорит правду через раз». (Пример: если бы имена мальчиков были Рома, Толя и Вася, ответ мог бы быть: РТВ)

№ 30

На одной улице стоят в ряд 4 дома, в которых живут 4 человека: Алексей, Егор, Виктор и Михаил. Известно, что каждый из них владеет ровно одной из следующих профессий: Токарь, Столяр, Хирург и Окулист, но неизвестно, кто какой, и неизвестно, кто в каком доме живет. Однако, известно, что:

- 1) Хирург живет рядом с Окулистом
- 2) Окулист живет правее Столяра
- 3) Токарь живет рядом с Хирургом и Столяром
- 4) Алексей живет рядом с Токарем
- 5) Егор не живет рядом с Хирургом
- 6) Михаил живет левее Алексея

Выясните, кто где живет, и дайте ответ в виде перечня заглавных букв **имен людей**, в порядке слева направо. Например, если бы в домах жили (слева направо) Константин, Николай, Роман и Олег, ответ был бы: КНРО

№ 31

Девять ребят нашли на улице бездомного котёнка. Один из них взял этого котёнка домой. Необходимо установить, кто из ребят взял домой котёнка. Ниже даны утверждения ребят.

Паша: это сделал Вася

Борис: это сделал либо Вася, либо Паша

Аня: Паша неправ

Сергей: Маша этого не делала

Андрей: Ни Маша, ни Паша этого не делали

Вася: Ни Вася, ни Паша этого не делали

Маша: Паша этого не делал

Коля: Андрей неправ

Ирина: это сделала Маша

Кто взял домой котёнка, если известно, что из девяти высказываний истинны только четыре? Ответ запишите в виде первой буквы имени.

№ 32

Три знатока чая попробовали один сорт, не зная, что это за чай. После дегустации они высказали предположения

- 1) чай Ахмад, произведен в Англии;
- 2) чай Ристон, произведен в Индии;
- 3) чай Беседа, произведен не в Англии.

Выяснилось, что каждый знаток прав только в одном из двух своих высказываний. Какой это был чай и в какой стране он был изготовлен? В ответе запишите две первые

буквы: название чая и страны выпуска. Например, если чай выпущен в Китае и называется Сенча, то в ответе надо записать СК.

№ 33

Сколько различных решений имеет уравнение

$$((J \vee \neg K \vee L) \rightarrow \neg(M \rightarrow \neg N)) \wedge ((M \wedge N) \rightarrow (J \vee \neg K \vee L)) \wedge (M \vee N \vee \neg K) = 1$$

где J, K, L, M, N – логические переменные?

№ 34

Сколько различных решений имеет уравнение

$$\neg((J \rightarrow K) \rightarrow (M \wedge N \wedge L)) \vee \neg((J \wedge \neg K) \rightarrow \neg(M \wedge N \wedge L)) \vee (M \wedge J) = 0$$

где J, K, L, M, N – логические переменные?

№ 35

Сколько различных решений имеет уравнение

$$\neg((J \rightarrow K) \rightarrow (M \wedge N \wedge L)) \vee \neg((M \wedge N \wedge L) \rightarrow (\neg J \vee K)) \vee (M \wedge J) = 0$$

где J, K, L, M, N – логические переменные?

№ 36

Сколько различных решений имеет уравнение

$$((J \rightarrow K) \rightarrow (M \wedge N \wedge L)) \wedge ((M \wedge N \wedge L) \rightarrow (\neg J \vee K)) \wedge (M \rightarrow J) = 1$$

где J, K, L, M, N – логические переменные?

? *Задачи для подготовки к ЕГЭ*

№ 37

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F.

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	F
1	1	0	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1

Каким из приведённых ниже выражений может быть F?

- 1) $\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6 \wedge \neg x_7$
- 2) $\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee x_7$
- 3) $x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge \neg x_7$
- 4) $x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee x_6 \vee \neg x_7$

№ 38

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
1	1	1	1

Каким выражением может быть F?

- 1) $X \wedge Y \wedge Z$
- 2) $\neg X \vee \neg Y \vee Z$
- 3) $X \vee Y \vee Z$
- 4) $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$

№ 39

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X1	X2	X3	X4	X5	F
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0

Каким выражением может быть F?

- 1) $x1 \vee x2 \vee x3 \vee \neg x4 \vee \neg x5$
- 2) $\neg x1 \vee x2 \vee \neg x3 \vee x4 \vee \neg x5$
- 3) $x1 \wedge \neg x2 \wedge x3 \wedge \neg x4 \wedge x5$
- 4) $\neg x1 \wedge x2 \wedge x3 \wedge x4 \wedge \neg x5$

№ 40

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

x1	x2	x3	x4	x5	x6	F
0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1

Каким выражением может быть F?

- 1) $x1 \vee x2 \vee x3 \vee \neg x4 \vee \neg x5 \vee \neg x6$
- 2) $\neg x1 \vee x2 \vee \neg x3 \vee x4 \vee \neg x5 \vee \neg x6$
- 3) $x1 \wedge x2 \wedge \neg x3 \wedge \neg x4 \wedge x5 \wedge x6$
- 4) $\neg x1 \wedge \neg x2 \wedge x3 \wedge x4 \wedge x5 \wedge x6$

№ 41

Дано логическое выражение, зависящее от 5 логических переменных: $z1 \wedge \neg z2 \wedge \neg z3 \wedge \neg z4 \wedge z5$ Сколько существует различных наборов значений переменных, при которых выражение ложно?

- 1) 1; 2) 2; 3) 31; 4) 32

№ 42

Дано логическое выражение, зависящее от 6 логических переменных: $\neg x1 \vee \neg x2 \vee \neg x3 \vee x4 \vee x5 \vee x6$ Сколько существует различных наборов значений переменных, при которых выражение истинно?

- 1) 1; 2) 2; 3) 61; 4) 63

№43

Какое из приведённых имён удовлетворяет логическому условию: (первая буква согласная \rightarrow последняя буква согласная) \wedge (первая буква согласная \rightarrow последняя буква гласная)? Если таких слов несколько, укажите самое короткое из них.

- 1) АЛЕКСЕЙ
- 2) БЕЛЛА
- 3) НИКИТА
- 4) ОЛЬГА

№ 44

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x1, x2, x3, x4, x5, y1, y2, y3, y4, y5$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям? $(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) \wedge (x4 \rightarrow x5) = 1$ $(y1 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y4) \wedge (y4 \rightarrow y5) = 1$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов. **№ 45** Для какого из приведенных чисел X логическое условие истинно? $((X < 15) \wedge (2 \cdot X > 23)) \rightarrow ((X > 12) \wedge (3 \cdot X < 40))$. Если таких чисел несколько, укажите наименьшее из них.

1) 11; 2) 12; 3) 13; 4) 14

№ 46

Дано логическое выражение, зависящее от 5 логических переменных: $(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5)$ Сколько существует различных наборов значений переменных, при которых выражение истинно?

1) 0; 2) 30; 3) 31; 4) 32

№ 47

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям? $(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$ $(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_5) = 1$ $(x_1 \rightarrow y_1) \wedge (x_2 \rightarrow y_2) = 1$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

№ 48

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F :

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	F
1	1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0	0

Каким выражением может быть F ?

- 1) $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_3 \wedge x_4) \vee (x_5 \wedge x_6)$
- 2) $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_4 \wedge x_5) \vee (x_6 \wedge x_2)$
- 3) $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_5) \vee (x_6 \wedge x_3)$
- 4) $(x_1 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_6 \wedge x_4)$

№ 49

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[20,30]$ и $Q=[10,40]$. Выберите такой отрезок A , что формула $((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x . 1) $[8,31]$; 2) $[18,31]$; 3) $[8,41]$; 4) $[18,41]$

№ 50

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F :

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	F
1	1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0	0

Каким выражением может быть F ?

- 1) $(x1 \vee x2) \wedge (x3 \vee x4) \wedge (x5 \vee x6)$
- 2) $(x1 \vee x4) \wedge (x2 \vee x5) \wedge (x3 \vee x6)$
- 3) $(x1 \vee x6) \wedge (x2 \vee x3) \wedge (x4 \vee x5)$
- 4) $(x1 \vee x3) \wedge (x2 \vee x6) \wedge (x3 \vee x5)$

№ 51

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[5,15]$ и $Q=[11,21]$. Выберите такой отрезок A , что формула $((x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q)) \vee (x \in P)$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x . 1) $[4,34]$; 2) $[4,24]$; 3) $[4,14]$; 4) $[14,24]$

№ 52

Дан фрагмент таблицы истинности функции $F(x1, x2, x3, x4, x5)$:

x1	x2	x3	x4	x5	F
1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1

Одно из приведенных ниже выражений истинно при любых значениях переменных $x1, x2, x3, x4, x5$. Укажите это выражение.

- 1) $F(x1, x2, x3, x4, x5) \rightarrow x1$
- 2) $F(x1, x2, x3, x4, x5) \rightarrow x2$
- 3) $F(x1, x2, x3, x4, x5) \rightarrow x3$
- 4) $F(x1, x2, x3, x4, x5) \rightarrow x4$

№53

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 30]$ и $Q = [20, 40]$. Выберите такой отрезок A , что формула $(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \equiv (x \in Q))$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x . 1) $[11,19]$; 2) $[21,29]$; 3) $[31,39]$; 4) $[9,41]$

№ 54 Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям? $(x1 \vee x2) \rightarrow (x3 \vee x4) = 1$ $(x3 \vee x4) \rightarrow (x5 \vee x6) = 1$ $(x5 \vee x6) \rightarrow (x7 \vee x8) = 1$ В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве

ответа Вам нужно указать количество таких наборов. **№ 55** Для какого из приведенных чисел X логическое условие истинно? $((X < 25) \rightarrow (X < 23)) \wedge ((X < 22) \rightarrow (X > 21))$ 1) 21; 2) 22; 3) 23; 4) 24

Библиографический список

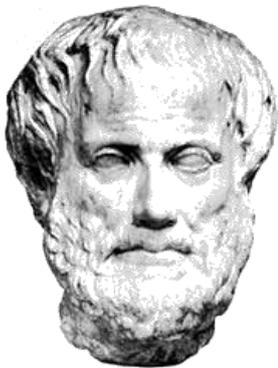
1. Информатика и ИКТ. 10 класс, профильный уровень / Под ред. Н.Д.Угринович – Москва, БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007
 2. Информатика. 7-9 класс. Базовый курс. Практикум по информационным технологиям / Под ред. Н.В. Макаровой. – СПб.:Питер, 2003.
 3. Информатика.10 класс. Поурочные планы по учебнику Н.Д.Угриновича « Информатика и информационные технологии10-11 классы»./сост. М.Г.Гилярова.- Волгоград: ИТД «Корифей»
 4. <http://fcior.edu.ru>
 5. <http://school-collection.edu.ru/>
- http://wiki.saripkro.ru/index.php/Законы_и_тождества_алгебры_логики

История логики

Слово "логика" происходит от древнегреческого "логос", имеющего значения: слово, наука, разум. Поэтому оно, во-первых, вошло составной частью в названия многих наук, а во-вторых, выражает смысл логики, как науки о мыслях. **Логика** – это наука о формах и способах мышления.

Родословная логики связана с философскими размышлениями о правилах спора и процедурах убеждения, поэтому сначала логика была скорее вспомогательной частью риторики и юриспруденции. Так было до Аристотеля. Развитие науки логики на протяжении ряда столетий протекало по двум направлениям. Одно из них начиналось с древнегреческой логики (в особенности с логики Аристотеля), на основе которой развивалась логика в Древнем Риме, затем Византии, Турции, Армении, арабоязычных странах Ближнего Востока, в Западной Европе и России. Другое направление имело своим истоком индийскую логику, на основе которой развивалась логика в Китае, Тибете, Монголии, Корее, Японии, Индонезии, на Цейлоне.

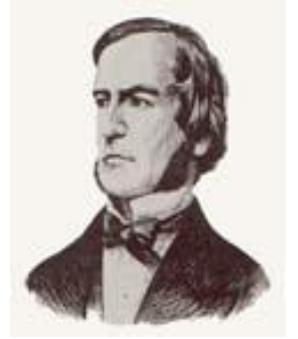
Основателем логики, как науки, считают **Сократа** (469-399 гг до н.э.). На первый план он выдвинул проблему метода, посредством которого можно получить истинное знание. Сократ считал, что любой предмет может быть познан лишь в том случае, если его можно свести к общему понятию и судить о нем на основе этого понятия. Познание "по Сократу" происходило следующим образом. На площади собиралось большое количество людей. Сократ просил их дать определение какого-либо понятия (например, "справедливость"). Выслушивая определения одно за другим, он показывал несовершенство каждого, каждый раз требуя более полного и точного. Таким образом, приближаясь к верному определению понятия, люди приближались к "познанию" этого понятия. Знание для Сократа – это понятие о предмете, и достигается оно посредством определения понятия.



Аристотель (384-322 гг до н.э.) - отец европейской логической традиции, разработавший способы построения умозаключений (силлогизмов) и их оценки. Аристотель обучался наукам в академии Платона. После смерти великого учителя он переехал в Афины. Там Аристотель взялся за создание собственного учебного заведения, которое располагалось рядом с городским садом и от этого получило название "ликей" (сад). Аристотель преподавал, прогуливаясь с учениками по саду. Такой метод назывался "схолэ".

Позднее из логики стала выделяться самостоятельная часть - *математическая логика*, изучающая основания математики и принципы построения математических теорий. У ее истоков стоял великий Лейбниц. Математическая логика - логика умозаключений, использующая математические методы. В момент возникновения эта наука была очень абстрактной, отвлеченной,

доступной только узкому кругу ученых. Так было до того момента, когда в XIX веке англичанин **Джордж Буль** (Boole) (1815-1864) пошел на спор, что создаст науку, совершенно оторванную от действительности и не имеющую ни малейшего практического применения. Он превратил мат. логику в **АЛГЕБРУ СУЖДЕНИЙ**. Булева алгебра - наука о действиях над суждениями (высказываниями). Буль произвел революцию в науке, о которой сам не подозревал. То, во что он превратил логику, было в дальнейшем положено в основу построения электронно-вычислительных устройств. История показала, что спор Булем был проигран. Из всей логики именно Булева алгебра получила самое большое практическое применение в технике.



Дальнейшее усовершенствование алгебры логики было осуществлено английским логиком У.С. Джевонсом (1835-1882), немецким логиком Э. Шредером (1841-1902), русским логиком П.С. Порецким (1846-1907) и другими.

В последующих трудах по алгебре логики немецкого логика Г. Фреге (1848-1925), разработавшего теорию исчисления высказываний, немецкого логика и математика Д. Гильберта (1862-1943), английского философа и логика Б. Рассела (1872-1970), придавшего (вместе с Уайтхедом) математической логике современный вид, русского логика и математика И.И. Жегалкина (1869-1947), заслугой которого явилась дальнейшая разработка исчисления классов и значительное упрощение теории операций логического сложения, предмет алгебры логики вышел далеко за рамки изучения обычных операций с понятиями.

Применение булевой алгебры в технике, как об этом пишет Г.И. Поваров, было впервые осуществлено в России известным физиком П. Эренфестом (1910 г.) и известным специалистом по гидротехническим сооружениям М.М. Герсевановым, который использовал булеву алгебру для исследования связей между различными упрощающими гипотезами при расчете гидротехнических сооружений. Приблизительно до 1930-х годов логическая теория представляла, в основном, академический интерес и не была связана с потребностями прикладных наук. С этого момента начинают развиваться теории релейно-контактных схем, а затем общие теории анализа и синтеза абстрактных автоматов. Строгие доказательства применимости булевой алгебры в теории контактных и релейно-контактных схем были даны в 1938 году русским физиком В.И. Шестаковым и американским математиком **К.Э. Шенноном**.

Область логических методов анализа и синтеза схем бурно развивалась в 50-е и начале 60-х годов и к середине 60-х годов стала сложившейся научной дисциплиной с развитым аппаратом и определенной областью исследований.

В 70-е годы отечественная промышленность освоила массовое производство микросхем средней степени интеграции, реализующих



все широко используемые функциональные узлы логического управления. Переход к интегральным схемам существенно изменил способы проектирования блоков цифрового электронного управления. Развитие производственных процессов сопровождается значительным усложнением задач управления технологическим оборудованием и ростом числа необходимых логических операций.