

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАТАРСТАН

ГАПОУ «КОЛЛЕДЖ НЕФТЕХИМИИ И НЕФТЕПЕРЕРАБОТКИ
ИМЕНИ Н.В. ЛЕМАЕВА»

Комплект контрольно-оценочных средств

ЕН.01 Математика

по специальности 15.02.12 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт
промышленного оборудования (по отраслям)
на базе основного общего образования

Нижнекамск, 2020 г.

РАССМОТРЕНО на заседании
ПЦК естественнонаучных и инженерных
дисциплин
Председатель: _____ Галалетдинова З.М.
Протокол № _____
от «_____» _____ 2020 г.

УТВЕРЖДАЮ
Зам.директора по УМР
_____ Г.Х. Ямалиева
«_____» _____ 2020 г.

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) среднего профессионального образования (далее - СПО) по специальности 15.02.12 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт промышленного оборудования (по отраслям) на базе основного общего образования и в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ЕН.01 Математика

Разработчик:

Галалетдинова З.М., преподаватель ГАПОУ «Колледж нефтехимии и нефтепереработки им. Н.В. Лемаева», г. Нижнекамск

Содержание

	Стр.
1 Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств	4
1.1. Общие положения	4
1.2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке	4
2. Оценка освоения учебной дисциплины	6
2.1. Формы и методы оценивания	6
2.2. Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)	7
2.3. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины	9
2.3.1. Типовые задания для оценки результатов текущего контроля	9
2.3.2. Комплект материалов для промежуточной аттестации в форме экзамена	34
2.3.2.1. Пакет экзаменуемых	34
2.3.2.2. Пакет экзаменатора	38

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

1.1. Общие положения

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ЕН.01. Математика.

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме экзамена.

1.2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (умения и знания, формируемые компетенции)	Показатели оценки результата	Формы контроля и оценки результатов обучения
Уметь:		
<p>У.1 анализировать сложные функции и строить их графики;</p> <p>У.2 выполнять действия над комплексными числами;</p> <p>У.3 вычислять значения геометрических величин;</p> <p>У.4 производить операции над матрицами и определителями;</p> <p>У.5 решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;</p> <p>У.6 решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчисления;</p> <p>У.7 решать системы линейных уравнений различными методами;</p> <p>У.8 решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности</p>	<p>- вычисление предела функции в точке и в бесконечности;</p> <p>- исследование функции на непрерывность в точке;</p> <p>- нахождение производной функции;</p> <p>- нахождение производных высших порядков;</p> <p>- исследование функции и построение графика;</p> <p>- нахождение неопределенных интегралов;</p> <p>- вычисление определенных интегралов;</p> <p>- находить силу тока как производную количества электричества;</p> <p>- решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом;</p> <p>- действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме;</p> <p>- представление с помощью комплексных чисел в теоретической электротехнике напряжения, токов, сопротивления, запись законов Ома, Кирхгофа.</p> <p>- действия над приближенными значениями чисел;</p> <p>- нахождение приближенного напряжения для данных моментов времени;</p> <p>- оценка данных и полученного результата.</p>	<p>Фронтальный опрос</p> <p>Практическая работа № 1-16, контрольная работа</p> <p>Тестирование</p> <p>Математический диктант</p> <p>Промежуточная аттестация в форме экзамена: вопрос № 1-28, практические задания № 1-112</p>
Знать:		

<p>3.1 основные математические методы решения прикладных задач;</p> <p>3.2 основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теорию комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;</p> <p>3.3 основы интегрального и дифференциального исчисления;</p> <p>3.4 роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.</p> <p>3.5 значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ;</p>	<ul style="list-style-type: none"> - классификация точек разрыва; - бесконечно большие и бесконечно малые величины; - формулировка правил дифференцирования и перечисление производных основных элементарных функций; - перечисление табличных интегралов; - формулировка геометрического и механического смысла производной - формула Эйлера - виды дифференциальных уравнений; - приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой - описание процессов в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений; - линейные и квадратные уравнения; - метод интервалов; - метод подстановки; - применение формул приближенного вычисления; 	<p>Фронтальный опрос Практическая работа № 1-16, контрольная работа Тестирование Математический диктант</p> <p>Промежуточная аттестация в форме экзамена: вопрос № 1-28, практические задания № 1-112</p>
<p>ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.</p> <p>ОК 2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности</p> <p>ОК 3. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие.</p> <p>ОК 4. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.</p> <p>ОК 5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.</p> <p>ОК 6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе общечеловеческих ценностей.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - обеспечение сформированности представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математики; - демонстрация исполнительности и ответственного отношения к порученному делу; - умение планировать собственную деятельность в соответствии с поставленной задачей и условиями её реализации и искать средства её осуществления; - умение осуществлять информационный поиск, сбор и выделение существенной информации из различных информационных источников. 	<p>Фронтальный опрос Практическая работа № 1-16, контрольная работа Тестирование Математический диктант</p> <p>Промежуточная аттестация в форме экзамена: вопрос № 1-28, практические задания № 1-112</p>
<p>ПК 1.1. Осуществлять работы по подготовке единиц оборудования к монтажу.</p> <p>ПК 1.2. Проводить монтаж промышленного оборудования в соответствии с технической документацией.</p> <p>ПК 1.3. Производить ввод в эксплуатацию и испытания промышленного оборудования в соответствии с технической документацией.</p> <p>ПК 2.1. Проводить регламентные работы по техническому обслуживанию промышленного оборудования в соответствии с документацией завода изготовителя.</p> <p>ПК 2.2. Осуществлять диагностирование состояния промышленного оборудования и дефектацию его узлов и элементов.</p> <p>ПК 2.3. Проводить ремонтные работы по восстановлению работоспособности промышленного оборудования.</p> <p>ПК 2.4. Выполнять наладочные и регулировочные работы в соответствии с производственным</p>	<ul style="list-style-type: none"> - формирование понимания глубокой общности в применении математического аппарата к широкому кругу разнообразных явлений природы; - рационально распределять время на выполнение заданий; - обеспечение сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач; - умение контролировать и оценивать свои действия, вносить коррективы в их выполнение на основе оценки и учёта характера ошибок, проявлять инициативу и самостоятельность в обучении; 	<p>Фронтальный опрос Практическая работа № 1-16, контрольная работа Тестирование Математический диктант</p> <p>Промежуточная аттестация в форме экзамена: вопрос № 1-28, практические задания № 1-112</p>

<p>заданием.</p> <p>ПК 3.1. Определять оптимальные методы восстановления работоспособности промышленного оборудования.</p> <p>ПК 3.2. Разрабатывать технологическую документацию для проведения работ по монтажу, ремонту и технической эксплуатации промышленного оборудования в соответствии требованиям технических регламентов.</p> <p>ПК 3.3. Определять потребность в материально-техническом обеспечении ремонтных, монтажных и наладочных работ промышленного оборудования.</p> <p>ПК 3.4. Организовывать выполнение производственных заданий подчиненным персоналом с соблюдением норм охраны труда и бережливого производства</p>		
---	--	--

2. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС СПО по дисциплине ЕН.01. Математика, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций.

Текущий контроль проводится с целью объективной оценки качества освоения программы учебной дисциплины, а также стимулирования учебной работы студентов, мониторинга результатов образовательной деятельности, подготовки к промежуточной аттестации и обеспечения максимальной эффективности образовательного процесса.

Формы текущего контроля: проверочная работа, тестирование, опрос, выполнение и защита практических работ, наблюдение за деятельностью обучающихся и т.д.

Промежуточная аттестация проводится в форме *экзамена* по окончании изучения учебной дисциплины к которому обучающиеся заранее знакомятся с перечнем вопросов по дисциплине.

2.2. Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля			
	Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые У, З и формируемые ОК, ПК	Форма контроля	Проверяемые У, З и формируемые ОК, ПК
РАЗДЕЛ 1. Математический анализ			Экзамен Теор.вопр.№9-16 Практ.вопр.№1-3, 5-15,17,19, 20,22,23, 25-28,30-36,38-40, 42-47,49-50,52-54, 56-58, 60-66,68-69,71,74-80, 87,88	
Тема 1.1 Функция одной независимой переменной и ее характеристики	<i>ПР1</i>	<i>ОК 1</i>		<i>ПК 3.4</i>
Тема 1.2 Предел функции. Непрерывность функции	<i>ПР 2-3 СР 1 УО 1</i>	<i>3.1-3.4 ПК 2.2 ПК 2.4</i>		<i>3.1-3.4 ПК 1.3</i>
Тема 1.3 Дифференциальное и интегральное исчисления	<i>ПР 4-7 СР 2-5 УО 2 МД 1-2</i>	<i>ПК 2.4 ПК 3.4</i>		<i>У.1-У.7 3.1-3.4</i>
РАЗДЕЛ 2. Основные понятия и методы линейной алгебры			Экзамен Теор.вопр.№5-8 Практ.вопр.№4,16,18,21,24,29,37,41,48,51,55,59,70, 73, 67,	
Тема 2.1 Матрицы и определители	<i>ПР 2 СР 6 УО 3</i>	<i>ОК 2-4 ПК 2.2 ПК 1.3</i>		<i>3.1-3.4 ПК 2.2 ПК 2.4</i>
Тема 2.2 Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	<i>ПР 9 СР 7</i>	<i>ОК 5-6 ПК 3.1</i>		<i>ОК 3-4 ПК 2.2</i>
РАЗДЕЛ 3. Основы дискретной математики			Экзамен Практ.вопр.№ 89-98	
Тема 3.1 Множества и отношения	<i>ПР 10</i>	<i>ОК 5 ПК 2.4</i>		<i>ОК 6 ПК 1.3</i>
Тема 3.2 Основные понятия теории графов	<i>ПР 11</i>			
РАЗДЕЛ 4. Элементы теории комплексных чисел			Экзамен Теор.вопр.№1-4 Практ.вопр.№81-86	
Тема 4.1 Комплексные числа и действия над ними.	<i>ПР 12-14 СР 7-9 УО 4-5</i>	<i>У.1-У.7 3.1-3.4 ПК 1.5 ПК 2.4 ПК 3.4</i>		<i>У.1-У.7 3.1-3.4 ПК 2.2</i>

РАЗДЕЛ 5. Основы теории вероятностей и математической статистики			Экзамен Теор.вопр.№25-28 Практ.вопр.№.72,99-112	
Тема 5.1 Вероятность. Теорема сложения вероятностей	<i>ПР 15 СР 10-11</i>	<i>У.1-У.7 3.1-3.4</i>		<i>3.1-3.4 ПК 1.3 ПК 1.5 ОК 2-4</i>
Тема 5.2 Случайная величина, ее функция распределения	<i>СР 12</i>	<i>ПК 1.3 ПК 1.5</i>		<i>ПК 1.5 ОК 2-4</i>
Тема 5.3. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины	<i>ПР 16 СР 13</i>	<i>ОК 2 ПК 3.1-3.3</i>		<i>ОК 3 ПК 1.1</i>

2.3. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины
2.3.1. Типовые задания для оценки результатов текущего контроля

РАЗДЕЛ 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ТЕМА 1.1 ФУНКЦИЯ ОДНОЙ НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ И ЕЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ.

Практическая работа 1

Задание 1. Найти область определения функции

$$1) y = \frac{32 + x}{(x - 4)(x + 9)}$$

$$2) y = \frac{29 - x}{x^2 + 15x}$$

$$3) y = \frac{4x}{x^2 - 5x + 6}$$

$$4) y = \sqrt{x^2 - 100}$$

$$5) y = \log_6(x - 3)$$

$$6) y = \frac{\sqrt{x + 2}}{(x - 3)(x + 1)}$$

Задание 2. Установить четность или нечетность функции.

$$1) y = x^4 - x^2 + 3$$

$$2) y = \frac{x^5 + 9}{x}$$

$$3) y = -\sin x - 4x$$

$$4) y = e^x + 12$$

$$5) y = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 16} \cdot \cos x$$

$$6) y = \operatorname{tg} x - 2x$$

Задание 3. а) Функция спроса на некоторый товар имеет вид $q = 10\sqrt{20 - p}$, где q – количество товара (тыс. шт.); p – цена единицы товара (руб.). Требуется найти:

- Область определения и множество значений этой функции
- Функцию цены в виде $p = f^{-1}(q)$
- Объем спроса при ценах на товар: $p = 15, p = 6$
- Цену за единицу товара, если $q = 15, q = 3$,
- Выручку продавцов в каждом из этих случаев.

б) Функция спроса на некоторый товар имеет вид $q = 4\sqrt{50 - p}$, где q – количество товара (тыс. шт.); p – цена единицы товара (руб.). Требуется найти:

- Область определения и множество значений этой функции
- Функцию цены в виде $p = f^{-1}(q)$
- Объем спроса при ценах на товар: $p = 15, p = 36$
- Цену за единицу товара, если $q = 10, q = 3$,
- Выручку продавцов в каждом из этих случаев.

Задание 4. а) Функция предложения некоторого товара на рынке имеет вид $q = \frac{1}{4}(p - 3)^2 - 1$, где q – количество предлагаемого товара (тыс. шт.); p – цена единицы товара (руб.). Требуется найти:

- Область определения и множество значений функции q
- Объем предложения при ценах за единицу товара: $p = 7, p = 11$

- Зависимость цены за единицу товара от объема спроса, т.е. функцию $p = \varphi^{-1}(q)$
- б) Функция предложения некоторого товара на рынке имеет вид $q = \frac{1}{6}(p-5)^2 - 1$, где q – количество предлагаемого товара (тыс. шт.); p – цена единицы товара (руб.). Требуется найти:
 - Область определения и множество значений функции q
 - Объем предложения при ценах за единицу товара: $p_1 = 3, p_2 = 5$
 - Зависимость цены за единицу товара от объема спроса, т.е. функцию $p = \varphi^{-1}(q)$

ТЕМА 1.2 ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ.

Устный опрос 1

1. Какая последовательность называется числовой последовательностью?
2. Каким может быть характер изменения переменной величины?
3. Какому условию должна удовлетворять ограниченная переменная величина?
4. Дайте определение бесконечно малой величины?
5. Какую переменную называют бесконечно большой?
6. Сформулируйте определение предела переменной величины?
7. Перечислите основные свойства бесконечно малых?
8. Перечислите теоремы о пределах переменных и следствия и их них.

Практическая работа 2

Вариант I.

1. Вычислить предел функции:

1. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + 5x^2 + 6x + 1)$	5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x}$
2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$	6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$
3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$	7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{8x}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{x^2 - 1}$	8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 3x - 2}{x^2 - 6x + 1}$

Доказать что функция непрерывна при всех $x \in R$:

1. $y = 7x - 8$
2. $y = 2 - 3x - 6x^2$

Вариант II.

1. Вычислить предел функции:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + 2x + 1)$	5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2} - 2}$
2. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x + 5}$	6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x}$
3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + x^2}{x^2 + 5x + 6}$	7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 8x}$	8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^2 - 4x + 3}{3x^2 + x - 5}$

2. Доказать что функция непрерывна при всех $x \in R$

1. $y = 3 - 2x$
2. $y = 5 - x - 8x^2$

Вариант III

1. Вычислить предел функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 4x + 5)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 11x - 3}{3x^2 - 8x - 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x + x^3}{10x^3 + x^2 - 80}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{6 - x}{3 - \sqrt{x + 3}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x}\right)^x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 2x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 2x + 5}{4x - 2}$$

2. Доказать что функция непрерывна при всех $x \in R$:

1. $y = 5 + 9x$

2. $y = 1 - 6x^2$

Вариант IV.

1. Вычислить предел функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} (6x^4 - 8x + 5)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{2(x^2 - 1)}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 11}{x^2 - 1 + 3x^3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5 - x}{3 - \sqrt{2x - 1}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{5}{x}}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{4x^2 + x + 1}$$

2. Доказать что функция непрерывна при всех $x \in R$:

1. $y = 1 - x$

2. $y = 2 + 4x^2$

Практическая работа 3

Вариант 1

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{x^3 + 5x}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{x^2 - 7x + 10}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{4 + x} - 2}$; 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x}$
 6) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x^2 - 3x + 9}$; 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{3x^3 - 5x}$; 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{4 - 7x^2}$; 9) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x} - 2}$; 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{x}$;
 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x})$; 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$; 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x + 1}\right)^x$; 14) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}$.

Вариант 2

1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 11x - 3}{x - 3}$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{3x^2 - 4x}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{9 - x}}{2x}$; 4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{7x + 4}{x^2 - 1}$; 5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$
 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{25 - x^2} - 5}$; 7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + x - 6}$; 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{4x + 3x^2}$; 9) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$; 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - 3x^2}{x}$;
 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x)$; 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$; 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x + 1}\right)^{x+1}$; 14) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{x}}$.

Вариант 3

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2}$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^3 + 5x}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 - \sqrt{25 - x}}{2x}$; 4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x + 3}{2x^2 - 1}$; 5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$
 6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{26 - x} - 5}$; 7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + 2x - 8}$; 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{5x + 3x^2}$; 9) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$; 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - 3x^2}{x}$;
 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x)$; 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{7}{x})^x$; 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{2x + 6}{2x + 1})^{x+5}$; 14) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 9x)^{\frac{5}{x}}$.

Вариант 4

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 12x}{x^2 + 4}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5 - \sqrt{27 - x}}{2 - x}$; 4) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{5x + 4}{5x^2 - 1}$; 5) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 125}{x - 5}$
 6) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{28 - x} - 5}$; 7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{2x^2 + x - 10}$; 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{5x + 3x^2}$; 9) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x} - 2}$; 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 3x^2}{x}$;
 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$; 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{5}{x})^x$; 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{2x - 1}{2x + 1})^x$; 14) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{3}{x}}$.

Вариант 5

1) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^3 - 125}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 + 4}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{7 - \sqrt{50 - x}}{1 - x}$; 4) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{5x + 4}{x + 3}$; 5) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 25x}{x - 5}$
 6) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x} - 2}$; 7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - x - 2}$; 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2}{4x + 3x^2}$; 9) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{x - 1} - 2}$; 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + 3x^2}{5x}$;
 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 - x} - 3x)$; 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{7}{x})^{2x}$; 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x - 1}{x + 2})^x$; 14) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{\frac{3}{x}}$.

Вариант 6

1) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{25 - x^2}{x^3 - 125}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{1 - x^2}$; 3) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{9 + x} - 2}{5 + x}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x + 13}{x - 7}$; 5) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$
 6) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{81 - x^2}{\sqrt{x} - 3}$; 7) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 - 9x + 4}$; 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{5x^3 + 2x^4}$; 9) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^3}{\sqrt{x + 3} - 2}$; 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{3x}$;
 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x + x^2} - x)$; 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{2x})^x$; 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x + 5}{x + 2})^x$; 14) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{2}{x}}$.

Самостоятельная работа 1

Вычислить пределы функции

а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{3x^2 - 13x + 4}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 - x} - 2}{3x}$

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{3x^3 - x^2}$

ТЕМА 1.3 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЯ.

Математический диктант 1

Производной функции $y = f(x)$ называется....

Предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю: $y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Производная произведения двух функций:

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$$

Производная произведения постоянной на функцию:

$$(C \cdot u)'$$

Производная частного:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$$

Формулы дифференцирования

$$(u^n)' =$$

$$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

$$(\sqrt{u})' =$$

$$(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$$

$$(\ln u)' =$$

$$(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$$

$$(\lg u)' =$$

$$(\lg u)' = \frac{0,4343}{u} \cdot u'$$

$$(\log_a u)' =$$

$$(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a} \cdot u'$$

$$(a^u)' =$$

$$(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$$

$$(e^u)' =$$

$$(e^u)' = e^u \cdot u'$$

Устный опрос 2

1. Определение производной функции.
2. Формы дифференцирования суммы, произведения, частного двух функций:

$$(u \pm v)'; \quad (u \cdot v)'; \quad \left(\frac{u}{v}\right)'; \quad (c \cdot u)'$$

3. Таблица производных сложной функции.
4. Сложная функция и правило ее дифференцирования.
5. Правило дифференцирования функции, заданной неявно.
6. Формулы дифференцирования функции, заданной параметрически.
7. Логарифмическая производная.

Практическая работа 4

Вариант 1.

Найти производную функции, заданной неявно уравнением:

$$xy + 5 \cos y = 2x$$

Найти производную $y'(x)$ функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = e^{2t} \end{cases}$$

Логарифмическое дифференцирование. Найти $y'(x)$:

$$y = x^{5x^2+1}$$

$$y = (x^3 - 4x^2 + 5)^3$$

$$y = \ln \sin 5x$$

$$y = e^{\sin(2x-4)}$$

$$y = \operatorname{tg}^3 x + 3 \operatorname{tg} x$$

$$y = \sqrt{\cos 4x}$$

$$y = (\operatorname{ctg} 3x)^3$$

Найти производные функции:

$$y = \frac{5}{(3x-5)^2}$$

$$y = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$$

$$y = \frac{x^2 - 2x}{x+1}$$

$$y = \frac{\cos x}{x}$$

Вариант 2.

Найти производную функции, заданной неявно уравнением:

$$e^y - \ln y = 5e^x$$

Найти производную $y'(x)$ функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t + 3t^2 \\ y = t^2 + 2t^3 \end{cases}$$

Логарифмическое дифференцирование. Найти $y'(x)$:

$$y = (\cos x)^{\sin x}$$

$$y = \sqrt{5x^7 + 6x^4 - 7x^3} - \sqrt{2}$$

$$y = \frac{3x \cdot \sqrt[3]{x^2}}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}(\operatorname{ctg} x)^3 + \operatorname{tg} 3x$$

$$f(x) = (1 + \cos x) \cdot \sin x$$

Найти производные функции:

$$y = e^{x^2 - 4x + 1}$$

$$S = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 1}$$

$$y = x^4 \cdot 3^{5x}$$

$$y = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

$$y = \ln \cos 7x$$

$$y = (4x^5 + x - 1)^3$$

Вариант 3.

Найти производную функции, заданной неявно уравнением:

$$e^y = x + y$$

Найти производную $y'(x)$ функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = t \cdot \ln t \\ y = \frac{\ln t}{t} \end{cases}$$

Логарифмическое дифференцирование. Найти $y'(x)$:

$$y = \sqrt[x]{x}$$

$$y = \frac{3}{8}x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2} - \sqrt{5}$$

$$y = (4x - 2) \cdot (x^2 + 3x - 2)$$

$$y = (\operatorname{ctg} 2x)^5$$

$$y = \frac{\ln x + 2}{x}$$

Найти производные функции:

$$y = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} + \sqrt{\cos 4x}$$

$$y = \sqrt[3]{2x - x^2}$$

$$y = \frac{e^x}{e^x - 2}$$

$$y = e^{3-x^2} + \operatorname{tg}(3x - 4)$$

$$y = \sqrt{(x^3 - 5x^2 + 3x - 1)}$$

$$y = \ln \cos 7x + \sqrt{x}$$

Вариант 4

Найти производную функции, заданной неявно уравнением:

$$2y = 1 + xy^3$$

Найти производную $y'(x)$ функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 7 \cos^2 t \\ y = -3 \sin^2 t \end{cases}$$

Логарифмическое дифференцирование.
Найти $y'(x)$:

$$y = (\arctg x)^{2x}$$

$$y = \frac{4x^3}{5\sqrt{x}} + \sqrt{3}$$

$$y = e^{\ln \sin x}$$

$$y = \ln e^{\cos x}$$

$$y = \ln \operatorname{tg} 4x$$

$$y = \sqrt{\operatorname{ctg} 2x}$$

$$y = (\sin x)^4 + \ln \cos x$$

$$y = (5x^3 - 4x^2 + 3)^4$$

$$y = \sqrt{2x^2 - 5x + 1} + 3$$

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2}$$

$$y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$$

Найти производные функции:

Практическая работа 5 ВАРИАНТ №1

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

а) $y = x^3 - 3x^2 + 4$;

б) $f(x) = \frac{x^2}{2x+3}$;

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{1}{3}t^3 + 8t^2 - 8t - 5 \quad (\text{м});$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 16; \quad x \in [0; 6];$$

ВАРИАНТ №2

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

а) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{1}{3}$;

б) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{3x - 5}$;

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + 15 \quad (\text{м});$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x + 8; \quad x \in [-6; 5];$$

ВАРИАНТ №3

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$a) y = -x^3 + 3x^2 - 2;$$

$$b) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 3};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{1}{6}t^3 + 2t^2 + 3t + 5 \quad (\text{м});$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = x^3 - 48x^2 + 6; \quad x \in [-1; 5];$$

ВАРИАНТ №4

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$a) y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3;$$

$$b) f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x - 1};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -t^3 + 6t^2 + 24t - 5 \quad (\text{м});$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = -x^3 + 9x^2 + 48x + 5; \quad x \in [-3; 10];$$

ВАРИАНТ №5

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$a) y = x^3 + 9x^2 + 24x + 12;$$

$$b) f(x) = \frac{1 + x^2}{x + 2};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{1}{6}t^3 + 2t^2 + 3t + 5 \quad (\text{м});$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = x^3 - 18x^2 + 105x - 35; \quad x \in [4; 8];$$

ВАРИАНТ №6

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$a) y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{3};$$

$$b) f(x) = \frac{4 - x^2}{x - 1};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$.

Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t + 1 \text{ (м)};$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = -x^3 - 3x^2 - 45x + 6; \quad x \in [-6; 4];$$

ВАРИАНТ №7

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$\text{а) } y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 4; \quad \text{б) } f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + 15t \text{ (м)};$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 2; \quad x \in [-1; 1];$$

ВАРИАНТ №8

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$\text{а) } y = x^3 - 4x^2 - 3x + 6; \quad \text{б) } f(x) = \frac{4 - x^2}{2x - 1};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -t^3 + 9t^2 - 24t - 8 \text{ (м)};$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = 2x^3 - 27x^2 + 84x - 42; \quad x \in [0; 9];$$

ВАРИАНТ №9

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$\text{а) } y = x - 12x + 4; \quad \text{б) } f(x) = \frac{x^2}{2x + 3};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -t^3 + 9t^2 + 18t \text{ (м)};$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 16; \quad x \in [0; 6];$$

ВАРИАНТ №10

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$\text{а) } y = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + \frac{2}{3}; \quad \text{б) } f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -t^3 + 3t^2 + 9t + 3 \text{ (м)};$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{3}; \quad x \in [-2; 2];$$

ВАРИАНТ №11

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$\text{а) } y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 1; \quad \text{б) } f(x) = \frac{6 - x^3}{x^2};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + 5t + 3 \text{ (м)};$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 4; \quad x \in [-4; 2];$$

ВАРИАНТ №12

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$\text{а) } y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1; \quad \text{б) } f(x) = \frac{x^2}{x - 3};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{2}{3}t^3 + 6t^2 - 10t \text{ (м)};$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = -3x^4 + 6x^2 - 1; \quad x \in [-2; 2];$$

ВАРИАНТ №13

Задание №1 Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$\text{а) } y = x^3 + 6x^2 + 4; \quad \text{б) } f(x) = \frac{x^2 - 4}{x};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$.
Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{2}{3}t^3 + 3t^2 + 7 \text{ (м)};$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x + 2; \quad x \in [-10; 10];$$

ВАРИАНТ №14

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$\text{а) } y = 2x^3 - 3x^2; \quad \text{б) } f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$.
Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{1}{6}t^3 + 4t^2 - 3t - 5 \text{ (м)};$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = 3x - x^3; \quad x \in [-2; 3];$$

ВАРИАНТ №15

Задание №1

Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции $y = f(x)$, если:

$$\text{а) } y = x^3 - 3x^2 + 2; \quad \text{б) } f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x};$$

Задание №2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S = S(t)$. Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t + 1 \text{ (м)};$$

Задание №3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $x \in [a; b]$, если:

$$f(x) = x^3 - 18x^2 + 105x - 35; \quad x \in [4; 8];$$

Самостоятельная работа 2

1 вариант

Задание 1. Найти производную функции.

$$y = x^3 - 9x^2 + x - 1$$

$$y = x^2 \cdot \sin x$$

$$y = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$$

$$y = \log_3 4x$$

$$y = \sin^2 3x$$

Решить уравнение $f'(x) = 0$, если

Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0

$$y = \frac{3}{5x^2}$$

$$f(x) = x - \cos x$$

$$f(x) = x - 3x^2$$

$x_0 = 2$

Самостоятельная работа 3

Повторить вопросы:

1. Теорема о признаке возрастания, убывание функции на промежутке.
2. Правило исследования функции на монотонность.
3. Точки экстремума функции: точки максимума и точки минимума.
4. Необходимое условие существования экстремума функции.
5. Достаточное условие существования экстремума функции.
6. Правило исследования функции на экстремум.
7. Выпуклость и вогнутость кривой на промежутке.
8. Теорема о признаке выпуклости и вогнутости кривой на промежутке.
9. Точка перегиба графика функции.
10. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба.
11. Правило исследования функции на выпуклость вогнутость кривой и нахождения точек перегиба графика функции.
12. Асимптоты графика функции: вертикальные, горизонтальные, наклонные.
13. Упрощенная схема исследования функции для построения графика функции.
14. Физический смысл производной.
15. Алгоритм нахождения наибольшей скорости тела.
16. Правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на промежутке $[a;b]$.

Математический диктант 2

- | | |
|-----------------------|-------------------------------------|
| 1. $\int x^n dx;$ | 2. $\int \cos x dx;$ |
| 3. $\int e^x dx$ | 4. $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ |
| 5. $\int dx;$ | 6. $\int \sqrt[4]{x} dx;$ |
| 7. $\int \cos 7x dx;$ | 8. $\int \frac{x^2 - 1}{x + 1} dx.$ |

Практическая работа 6

Вариант 1	Вариант 2
Найти неопределенный интеграл:	Найти неопределенный интеграл:
1) $\int (2x^3 - 6x + 8) dx$	1) $\int (4x^2 - 3x + 5) dx$
2) $\int x^3 \cdot e^{x^4 - 7} dx$	2) $\int \frac{2dx}{\cos^2(1 - 4x)}$
3) $\int \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{7x \cdot \sqrt{x}} dx$	3) $\int \frac{6x^2 \cdot \sqrt{x}}{5 \cdot \sqrt[3]{x}} dx$
4) $\int \sin^8 x \cdot \cos x dx$	4) $\int \sin x \cdot (1 + \cos x)^2 dx$
5) $\int x \cdot \sqrt{2x^2 + 1} dx$	5) $\int \left(6\sqrt{x} - \frac{7}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx$
6) $\int (3x - 4) \cdot \ln x dx$	6) $\int \frac{2x dx}{\sin^2(x^2 - 5)}$
7) $\int \frac{x^2 dx}{5 - 2x^3}$	7) $\int \cos^2 6x dx$
8) $\int \frac{3x dx}{\sin^2(5 - 2x^2)}$	
9) $\int x \cdot (3x^2 - 4)^3 dx$	
10) $\int \cos^2 4x dx$	
11) $\int \frac{7x^6 - 5x + 3}{2x^2} dx$	
12) $\int \frac{3 + \sin^2 x}{\sin^2 x} dx$	
13) $\int e^x \cdot (3 + x) dx$	
14) $\int \cos 2x dx$	
	8) $\int \sqrt[5]{(5 - 6x)^3} dx$
	9) $\int \frac{7 - 3x^2 + 6x^5}{3x^3} dx$
	10) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

	6) $\int (4-x) \cdot e^x dx$	13) $\int x^2 \cdot e^{-x^3+4} dx$
	7) $\int \frac{x \cdot \cos x + 1}{5x} dx$	14) $\int \frac{dx}{(1+x^2) \cdot \arctg x}$
Вариант 3 Найдите неопределенный интеграл:	Вариант 4 Найдите неопределенный интеграл:	
1) $\int (4-2x-3x^2-7x^3) dx$	8) $\int e^{x^2-4} \cdot x dx$	1) $\int (7+3x^2-5x^4-6x) dx$
2) $\int \frac{7 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x \cdot \sqrt{x}} dx$	9) $\int e^{tg x} \cdot \frac{dx}{\cos^2 x}$	8) $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{(x^2+1)^2}}$
3) $\int \frac{x^3 dx}{2x^4-3}$	10) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln x}$	2) $\int \frac{3 \cdot \sqrt[3]{x}}{5x^2 \cdot \sqrt{x}} dx$
4) $\int \sin^6 x \cdot \cos x dx$	11) $\int x \cdot \sin x dx$	9) $\int e^{2\sin x-1} \cdot \cos x dx$
5) $\int 2x \cdot \sin(x^2+1) dx$	12) $\int \frac{3x^4-2x^2+7}{3x^3} dx$	3) $\int (7+8x^3)^2 \cdot x^2 dx$
6) $\int (2x-5) \cdot e^{-3x} dx$	13) $\int \sin^2 7x dx$	10) $\int 2x(x^2-5)^3 dx$
7) $\int \sqrt[3]{(2x-7)^2} dx$	14) $\int (5x-1)^3 dx$	4) $\int x \cdot \cos \frac{x}{2} dx$
		11) $\int \frac{\cos x dx}{7-3\sin x}$
		5) $\int (6x^2+1) \cdot \ln x dx$
		12) $\int \frac{dx}{(5+3x)^2}$
		6) $\int \frac{\sin^2 x - 2}{7\sin^2 x} dx$
		13) $\int \frac{\sqrt[3]{x} + x^2 \sqrt{x} - \sqrt{x}}{x \cdot \sqrt{x}} dx$
		7) $\int \frac{4x^4 - 2x^3 + 6x}{7x^4} dx$
		14) $\int e^{3x+5} dx$

Практическая работа 7

1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
$\int_1^2 (2x+3x^2) dx$	$\int_{-1}^2 (1-3x^2) dx$	$\int_{-2}^0 (3x^2+1) dx$	$\int_{-2}^0 (9x^2-4x) dx$
$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 4x dx$	$\int_{-2\pi}^{\pi} \sin 2x dx$	$\int_1^4 \sqrt{x} dx$	$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$
$\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$	$\int_0^4 (3\sqrt{x}-x) dx$	$\int_0^2 e^{3x} dx$	$\int_{-2\pi}^{\pi} \sin 2x dx$
$\int_1^0 \frac{dx}{x}$	$\int_0^1 e^x dx$	$\int_0^1 \frac{dx}{x+2}$	$\int_0^1 \sqrt{x+1} dx$
$\int_0^{\lg 2} e^x dx$	$\int_1^0 \frac{dx}{x+1}$	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$	$\int_0^2 e^{3x} dx$
$\int_2^7 \frac{4}{\sqrt{x+2}} dx$	$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$	$\int_2^3 (2x-1)^3 dx$	$\int_2^7 \frac{4}{\sqrt{x+2}} dx$

Самостоятельная работа 4

Найти неопределённые интегралы. Результат проверить дифференцированием:

- | | | | |
|----|-----------------------|----|---------------------------------|
| 1. | $\int (12x + 5)^7 dx$ | 2. | $\int \frac{dx}{(5 - 3x)^4}$ |
| 3. | $\int 3x(2x^2 + 1)dx$ | 4. | $\int \sqrt[3]{(9x + 7)}dx$ |
| 5. | $\int (7x - 2)^2 dx$ | 6. | $\int \frac{dx}{\sqrt{3x + 2}}$ |

Самостоятельная работа 5

1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1. Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 8 см, если для сжатия ее на 1 см нужно приложить силу в 10 Н.	Вычислить работу, совершенную при растяжении пружины на 6 см, если для сжатия ее на 3 см нужно приложить силу 15 Н.	Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 6 см, если для растяжения ее на 1 см нужно приложить силу в 10 Н.	Груз весом 100 Н растянул пружину на 2 см. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть пружину от длины 20 см до длины 30 см, если ее длина в спокойном состоянии 15 см.
2. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v=3t^2-2t-1$, м/с. Вычислить путь, пройденный точкой за 5 секунд после начала движения.	Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v=24t-6t^2$, м/с. Вычислить путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки.	Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v=18t-6t^2$, см/с. Вычислить пройденный точкой от начала движения до остановки.	Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v=6t^2-4t-10$, см /с. Вычислить путь, пройденный точкой за 4с от начала движения.
Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными уравнениями:			
$y=x^2-2x+2$; $x=-1$; $x=2$, $y=0$	$y= x^2-2x+1$; $2x-y-2=0$. $y= x^2-6x+9$; $3x-y-9=0$.	$Y = -x^2+6x-5$ и $y=0$; $Y =0,25x^3$ и $y=2x$	$y=x^2$ и $y=2x+3$; $x^2+4y=0$ и $x+y=0$;
$y= x^2-8x+16$; $y= 6-x$.	$y= x^2$, $y= -3x$.	$y = -x^2+4$ и $y=0$;	$y= x^2-2x+3$ и $y=x+3$.

$2x-x^2-y=0$;
 $y=0$.

РАЗДЕЛ 2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ. ТЕМА 2.1 МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Устный опрос 3

1. Понятие матрицы, ее элементы
2. Виды матриц
3. Диагонали матриц
4. Сложение матриц и его свойства
5. Произведение матриц на число и его свойства
6. Понятие определителя, виды определителей
7. Формула вычисления определителя второго порядка
8. Формула вычисления определителя третьего порядка
9. Понятия минора, алгебраического дополнения
10. Минор матрицы, ранг матрицы
11. Обратная матрица

Практическая работа 8

Даны матрицы A, B, C. Вычислить матрицы: D=AB, F=BA, G=3AB+2C.

Номер варианта	A	B	C
1.	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
2.	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 7 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$
3.	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 8 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
4.	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ -3 & 3 & 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 7 \\ 1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$
5.	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
6.	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -6 \\ -1 & 0 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -1 & 0 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$
7.	$\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 2 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \\ 4 & 6 & -9 \end{pmatrix}$
8.	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 5 \\ -4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 10 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 8 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
9.	$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ -1 & 8 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
10.	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 6 & 0 \\ 7 & -8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$
11.	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

	$\begin{pmatrix} 2 & 14 \\ 1 & 14 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 12 & 16 \\ 0 & 3 & 5 \\ -5 & 15 & 15 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 10 & 40 \\ 5 & 42 \end{pmatrix}$
12.	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 7 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$
13.	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 8 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
14.	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ -3 & 3 & 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 7 \\ 1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$
15.	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
16.	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -6 \\ -1 & 0 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -1 & 0 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$
17.	$\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 2 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \\ 4 & 6 & -9 \end{pmatrix}$

Самостоятельная работа 6

Вычислить определитель третьего порядка:

а) методом разложения по элементам строки или столбца,

б) по правилу треугольника

$$\begin{array}{cccc}
 1. \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \end{vmatrix} & 2. \begin{vmatrix} 10 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} & 3. \begin{vmatrix} 3 & 0 & 3 \\ -1 & 5 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} & 4. \begin{vmatrix} 5 & -6 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & 8 & 1 \end{vmatrix} \\
 \cdot \begin{pmatrix} \frac{-10}{3} & \frac{-5}{3} & \frac{4}{3} \\ \frac{-13}{3} & \frac{-5}{3} & \frac{4}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} \end{pmatrix} & = \begin{pmatrix} \frac{1}{15} & \frac{-1}{30} & \frac{2}{15} \\ \frac{-1}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{4}{3} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{-3}{5} \end{pmatrix} & \cdot \begin{pmatrix} \frac{13}{15} & \frac{-2}{5} & -1 \\ \frac{3}{5} & \frac{-1}{5} & -1 \\ \frac{-8}{15} & \frac{2}{5} & 1 \end{pmatrix} & = \begin{pmatrix} \frac{16}{89} & \frac{-15}{89} & \frac{12}{89} \\ \frac{-7}{178} & \frac{1}{178} & \frac{17}{178} \\ \frac{-4}{89} & \frac{26}{89} & \frac{-3}{89} \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 5. \begin{vmatrix} 1 & -7 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 6 \end{vmatrix} & 6. \begin{vmatrix} 0 & -9 & 2 \\ -3 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} & 7. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -5 & 3 & 2 \\ 1 & 8 & 0 \end{vmatrix} & 8. \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}
 \end{array}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{3}{35} & \frac{3}{5} & \frac{-2}{7} \\ \frac{-9}{70} & \frac{1}{10} & \frac{-1}{14} \\ \frac{-1}{70} & \frac{-1}{10} & \frac{3}{14} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{-2}{125} & \frac{-9}{125} & \frac{49}{125} \\ \frac{-13}{125} & \frac{4}{125} & \frac{6}{125} \\ \frac{4}{125} & \frac{18}{125} & \frac{27}{125} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{16}{143} & \frac{-24}{143} & \frac{7}{143} \\ \frac{-2}{143} & \frac{3}{143} & \frac{17}{143} \\ \frac{43}{143} & \frac{7}{143} & \frac{-8}{143} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{-3}{2} & \frac{2}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{7}{2} & \frac{-5}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{5}{2} & \frac{-3}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{vmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix} \quad 10. \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} \quad 11. \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \end{vmatrix} \quad 12. \begin{vmatrix} 10 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{11}{50} & \frac{-6}{25} & \frac{3}{50} \\ \frac{1}{10} & \frac{-1}{5} & \frac{3}{10} \\ \frac{-9}{50} & \frac{14}{25} & \frac{-7}{50} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{11}{50} & \frac{-6}{25} & \frac{3}{50} \\ \frac{1}{10} & \frac{-1}{5} & \frac{3}{10} \\ \frac{-9}{50} & \frac{14}{25} & \frac{-7}{50} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{-10}{3} & \frac{-5}{3} & \frac{4}{3} \\ \frac{-13}{3} & \frac{-5}{3} & \frac{4}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{15} & \frac{-1}{30} & \frac{2}{15} \\ \frac{-1}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{4}{3} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{-3}{5} \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{vmatrix} 3 & 0 & 3 \\ -1 & 5 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} \quad 14. \begin{vmatrix} 5 & -6 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & 8 & 1 \end{vmatrix} \quad 15. \begin{vmatrix} 1 & -7 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 6 \end{vmatrix} \quad 16. \begin{vmatrix} 0 & -9 & 2 \\ -3 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{13}{15} & \frac{-2}{5} & -1 \\ \frac{3}{5} & \frac{-1}{5} & -1 \\ \frac{-8}{15} & \frac{2}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{16}{89} & \frac{-15}{89} & \frac{12}{89} \\ \frac{-7}{178} & \frac{1}{178} & \frac{17}{178} \\ \frac{-4}{89} & \frac{26}{89} & \frac{-3}{89} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{3}{35} & \frac{3}{5} & \frac{-2}{7} \\ \frac{-9}{70} & \frac{1}{10} & \frac{-1}{14} \\ \frac{-1}{70} & \frac{-1}{10} & \frac{3}{14} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{-2}{125} & \frac{-9}{125} & \frac{49}{125} \\ \frac{-13}{125} & \frac{4}{125} & \frac{6}{125} \\ \frac{4}{125} & \frac{18}{125} & \frac{27}{125} \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -5 & 3 & 2 \\ 1 & 8 & 0 \end{vmatrix} \quad 18. \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad 19. \begin{vmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix} \quad 20. \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{16}{143} & \frac{-24}{143} & \frac{7}{143} \\ \frac{-2}{143} & \frac{3}{143} & \frac{17}{143} \\ \frac{43}{143} & \frac{7}{143} & \frac{-8}{143} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{-3}{2} & \frac{2}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{7}{2} & \frac{-5}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{5}{2} & \frac{-3}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{11}{50} & \frac{-6}{25} & \frac{3}{50} \\ \frac{1}{10} & \frac{-1}{5} & \frac{3}{10} \\ \frac{-9}{50} & \frac{14}{25} & \frac{-7}{50} \end{pmatrix} \quad = \begin{pmatrix} \frac{-7}{24} & \frac{1}{24} & \frac{2}{3} \\ \frac{-11}{24} & \frac{5}{24} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & 0 \end{pmatrix}$$

ТЕМА 2.2 РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ (СЛАУ)

Практическая работа 9

1 вариант

2 вариант

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6, \\ 2x + 3y - 4z = 20, \\ 3x - 2y - 5z = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + y - 3z = -2, \\ 4x + 3y + 2z = 16, \\ 2x - 3y + z = 17; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 10, \\ x + 5y - 2z = -15, \\ 2x - 2y - z = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 5(y + 1) = 1, \\ (5/12)y - (1/2)z = -1, \\ (5/6)x + (1/3)y - (3/2)z = -1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 11, \\ 2x - y - 2z = -6, \\ 3x - 2y + z = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 6, \\ 2x - y - z = 0, \\ x - 2y + z = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x+3y+3z=48, \\ 2x+6y-3z=18, \\ 8x-3y+2z=21; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y-z=2, \\ 3x-6y-3z=6, \\ 5x-10y-5z=10. \end{cases}$$

Самостоятельная работа 7

Решить систему линейных уравнений методами:

а) обратной матрицы, б) Крамера

$$1. \begin{cases} -x_1+3x_2+x_3=5 \\ x_1+2x_2+x_3=2 \\ x_1+x_2+x_3=1 \end{cases}, 2. \begin{cases} 2x_1+x_2+2x_3=4 \\ x_1+3x_2=1 \\ 2x_1+2x_2+x_3=3 \end{cases}, 3. \begin{cases} x_2+2x_3=8 \\ x_1-3x_2+2x_3=1, \\ 3x_1+4x_2-x_3=8 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1+4x_2+2x_3=3 \\ 2x_1-2x_2+x_3=1, \\ 3x_1+8x_2-x_3=7 \end{cases}, 5. \begin{cases} x_1+2x_2+2x_3=6 \\ 4x_1-x_2-x_3=6, \\ -x_1-x_2=-3 \end{cases}, 6. \begin{cases} x_1+2x_2+x_3=0 \\ 2x_1+2x_2-x_3=-2 \\ x_1+x_2-2x_3=-1 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=4 \\ 3x_1+x_2+2x_3=0, \\ 2x_1-3x_2+x_3=-4 \end{cases}, 8. \begin{cases} 2x_1+x_2+3x_3=10 \\ 4x_1+2x_2-5x_3=-2, \\ -3x_1+x_2+7x_3=8 \end{cases}, 9. \begin{cases} 4x_1+x_2+5x_3=-2 \\ 2x_1+x_2+2x_3=0, \\ 2x_1+2x_2-7x_3=10 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 3x_1+2x_2-4x_3=9 \\ -2x_1+3x_2+2x_3=-1, \\ x_1-2x_2-x_3=0 \end{cases}, 11. \begin{cases} -x_1+3x_2+x_3=5 \\ x_1+2x_2+x_3=2, \\ x_1+x_2+x_3=1 \end{cases}, 12. \begin{cases} 2x_1+x_2+2x_3=4 \\ x_1+3x_2=1, \\ 2x_1+2x_2+x_3=3 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1+4x_2+2x_3=3 \\ 2x_1-2x_2+x_3=1, \\ 3x_1+8x_2-x_3=7 \end{cases}, 14. \begin{cases} x_1+2x_2+2x_3=6 \\ 4x_1-x_2-x_3=6, \\ -x_1-x_2=-3 \end{cases}, 15. \begin{cases} x_1+2x_2+x_3=0 \\ 2x_1+2x_2-x_3=-2 \\ x_1+x_2-2x_3=-1 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x_1+2x_2+x_3=0 \\ 2x_1+2x_2-x_3=-2 \\ x_1+x_2-2x_3=-1 \end{cases}, 17. \begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=4 \\ 3x_1+x_2+2x_3=0, \\ 2x_1-3x_2+x_3=-4 \end{cases}, 18. \begin{cases} 2x_1+x_2+3x_3=10 \\ 4x_1+2x_2-5x_3=-2, \\ -3x_1+x_2+7x_3=8 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 4x_1+x_2+5x_3=-2 \\ 2x_1+x_2+2x_3=0, \\ 2x_1+2x_2-7x_3=10 \end{cases}, 20. \begin{cases} 3x_1+2x_2-4x_3=9 \\ -2x_1+3x_2+2x_3=-1, \\ x_1-2x_2-x_3=0 \end{cases}$$

РАЗДЕЛ 3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ.

ТЕМА 3.1 МНОЖЕСТВА И ОТНОШЕНИЯ

Практическая работа 10

Задание 1. Образуйте все подмножества множества букв в слове.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
«руль»	«фары»	«диск»

Задание 2. Данные множества задать перечислением всех своих элементов.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
$A=\{x \in \mathbb{R} x^3-3x^2+2x=0\}$.	$A=\{x \in \mathbb{Z} \frac{1}{4} \leq 2^x < 5\}$	$A=\{x \in \mathbb{N} x^2-3x-4 \leq 0\}$

Задание 3. Даны множества A и B. Найти: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, \overline{B} .

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
а)	$A, B \subseteq Z$ $A = \{1;2;5;7;9;11\}$ $B = \{1;4;6;7\}$	$A, B \subseteq Z$ $A = \{3;6;7;10\}$ $B = \{2;3;10;12\}$	$A, B \subseteq Z$ $A = \{1;2;5;7;9;11\}$ $B = \{1;4;6;7\}$
б)	$A = \{a, b, c, d, e, f, k\}$ $B = \{a, c, e, k, m, p\}$	$A = \{a, b, c, e, k, l, m\}$ B $= \{c, e, k, x, y, z\}$	$A = \{b, c, d, e, f, x, y\}$ B $= \{a, e, f, k, n, o\}$
в)	$A, B \subseteq R$ $A = [-3; 7), B = [-4; 4].$	$A, B \subseteq R$ $A = [1;6), B = [-1;9]$	$A, B \subseteq R$ $A = [4; 7), B = [3; 6]$
г)	$A = \{2n - 1 n \in N\},$ $B = \{-3, -1, 0, 1, 2, 3\}$	$A = \{2n n \in N\},$ $B = \{-2, 0, 1, 2, 3, 4\}$	$A = \{2^n n \in N\},$ $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

Задание 4. Используя диаграммы Эйлера-Венна доказать тождество.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$	$A \cup (B \setminus C) = (A \cap B) \cup C$	$A \cup (B \setminus C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

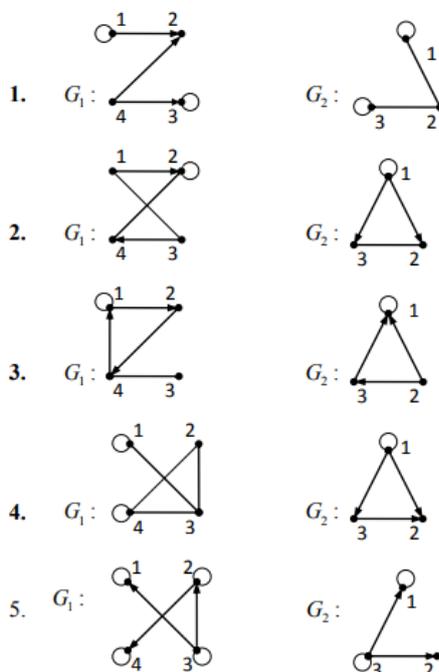
Дополнительные задания:

Решите задачу используя круги Эйлера: В группе английский язык изучают 15 студентов, немецкий – 10 студентов, а французский – 5, причем 3 студента изучают одновременно английский и немецкий языки, 2 студента изучают одновременно английский и французский языки, 1 студент изучает одновременно французский и немецкий языки. Сколько всего человек в классе изучают эти иностранные языки? Сколько человек изучают только английский язык? немецкий язык? французский язык?

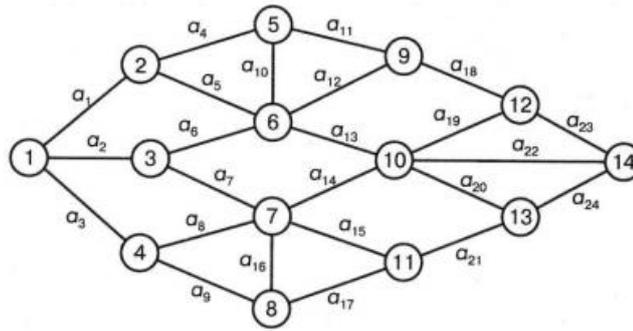
ТЕМА 3.2 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Практическая работа 1

Задание 1. Даны графы G_1 и G_2 . Найдите $G_1 \cup G_2$, $G_1 \cap G_2$, $G_1 \oplus G_2$, $G_1 \times G_2$. Для графа $G_1 \cup G_2$ найдите матрицы смежности, инцидентности, число компонент связности, цикломатическое число и все маршруты длины 2, исходящие из вершины 1. Задайте этот граф списком дуг.



Задание 2. Транспортному предприятию требуется перевезти груз из пункта 1 в пункт 14. На рисунке показана сеть дорог и стоимость перевозки единицы груза между отдельными пунктами. Определить маршрут доставки груза, которому соответствуют наименьшие затраты.



Значения коэффициентов условия задачи

№ варианта \ Значения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_1	20	18	22	15	17	19	23	16	21	24
a_2	18	19	21	16	18	21	20	15	19	22
a_3	19	17	20	17	16	20	22	17	20	23
a_4	11	13	12	14	10	15	20	17	19	18
a_5	15	14	11	10	12	13	16	15	16	17
a_6	13	15	10	12	13	16	17	16	18	16
a_7	12	16	9	11	9	14	19	14	15	19
a_8	14	17	13	13	11	18	18	19	17	20
a_9	12	18	14	16	15	17	15	18	14	21
a_{10}	24	21	20	18	17	16	19	16	22	23
a_{11}	21	19	20	21	22	18	23	17	18	19
a_{12}	20	22	19	23	18	17	24	16	20	21

a_{13}	22	21	18	22	21	19	20	18	19	18
a_{14}	23	23	21	20	19	16	22	15	21	20
a_{15}	24	18	17	24	20	15	21	19	22	22
a_{16}	20	21	23	19	22	18	20	16	17	21
a_{17}	22	17	19	23	18	17	19	22	20	21
a_{18}	31	32	30	35	37	36	33	36	31	34
a_{19}	32	33	29	31	36	37	34	35	32	33
a_{20}	35	37	32	33	34	38	36	31	36	30
a_{21}	37	36	31	34	36	35	40	37	39	38
a_{22}	45	41	43	42	44	40	46	45	47	45
a_{23}	28	32	30	25	26	28	33	31	29	27
a_{24}	30	31	32	24	25	29	32	33	30	29

**РАЗДЕЛ 4. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ.
ТЕМА 4.1 КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ.**

Устный опрос 4

1. Какие числа называются комплексными и мнимыми?
2. Как геометрически представляются комплексные числа?
3. Алгебраическая форма записи комплексного числа.
4. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
5. Как выполняется возведение в степень мнимых и комплексных чисел?

Устный опрос 5

1. Модуль и аргумент комплексного числа.
2. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
3. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме

Устный опрос 6

1. Показательная форма записи комплексного числа.
2. Действия над комплексными числами в показательной форме.

Практическая работа 12

1 вариант

2 вариант

1. Выполнить действия и результат изобразить геометрически.

$$(2 - 3i) - (-3 + i) + (-2 + 5i)$$

$$(-1 + 5i) + (-3 - 4i) - (-7 + 2i)$$

$$\frac{3 - 4i}{1 + 2i} - \frac{2 + i}{1 - 3i}$$

$$\frac{1 + i}{2 + 5i} + \frac{i - 2}{2 - 5i}$$

2. Выполнить действия:

$$2i^7 + 3i^{101} - 5i^{39} + 4i^{84} - i^{47}$$

$$3i^{14} + 5i^{10} - 3i^{27} + i^{72}$$

$$\frac{(2 + i)(1 + i)}{3 - i^9}$$

$$\frac{(1 - 2i)^2}{2 + i} - i^{23} + 5i^6$$

$$\frac{3i^{15} + (i\sqrt{3})^4}{i^9}$$

$$\frac{-\sqrt{3} + i^{39}}{i^{20}}$$

Практическая работа 13

1 вариант

2 вариант

Найти модуль и аргумент комплексного числа.

$$z = 2 - 3i$$

$$z = -4 + 3i$$

$$z = -3 - i$$

$$z = 5 + 2i$$

Записать комплексные числа в тригонометрической форме и выполнить действия:

$$z = 2 - 3i$$

$$z = -4 + 3i$$

$$z = -3 - i$$

$$z = 5 + 2i$$

$$z = 5 + 4i$$

$$z = -7 - i$$

Практическая работа 14

Вариант – 1

- 1) Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а) $\frac{3 - 2i}{1 + 3i}$; б) $(-2 - i)(1 + i)$; в) $(3 + i)(-3 - 8i)$

- 2) Записать комплексные числа в тригонометрической форме и выполнить действия:

$$Z_1 = -\sqrt{3} - i; \quad Z_2 = 2 - 2i$$

а) $Z_1 \cdot Z_2$; б) $\frac{Z_1}{Z_2}$; в) Z_2^2

- 3) Выполнить действия над комплексными числами в показательной форме:

$$Z_1 = -6 - 6i\sqrt{3}; \quad Z_2 = -1 - i$$

а) $Z_1 \cdot Z_2$; б) $\frac{Z_1}{Z_2}$; в) Z_2^4

4) Выполнить действия в показательной форме. Ответ записать в алгебраической форме

$$Z = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}i\right) \cdot (-5 - 5i)}{-7i\sqrt{2}}$$

1) Выполнить действия в алгебраической форме записи:

a) $\frac{2+3i}{4+i}$; б) $(3+2i)(2-i)$; в) $(5-4i)+(7+4i)$

2) Записать комплексные числа в тригонометрической форме и выполнить действия:

$Z_1 = 6i$; $Z_2 = -2 + 2i\sqrt{3}$

a) $Z_1 \cdot Z_2$; б) $\frac{Z_1}{Z_2}$; в) Z_1^2

3) Выполнить действия над комплексными числами в показательной форме:

$Z_1 = -4 - 4i$; $Z_2 = -4 + 4i\sqrt{3}$

a) $Z_1 \cdot Z_2$; б) $\frac{Z_1}{Z_2}$; в) Z_2^3

4) Выполнить действия в показательной форме. Ответ записать в алгебраической форме

$$Z = \frac{-2\sqrt{2}i \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)}{-1 - i\sqrt{3}}$$

Вариант – 3

1) Выполнить действия в алгебраической форме записи:

a) $\frac{1+4i}{3i-1}$; б) $(4+i)(2-2i)$; в) $(-6+2i)+(-6-2i)$

2) Записать комплексные числа в тригонометрической форме и выполнить действия:

$Z_1 = 3\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$; $Z_2 = -1 + i$

a) $Z_1 \cdot Z_2$; б) $\frac{Z_1}{Z_2}$; в) Z_2^4

3) Выполнить действия над комплексными числами в показательной форме:

$Z_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$; $Z_2 = -5i$

a) $Z_1 \cdot Z_2$; б) $\frac{Z_1}{Z_2}$; в) Z_2^2

4) Выполнить действия в показательной форме. Ответ записать в алгебраической форме

$$Z = \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}i\right) \cdot (1+i)}{-\sqrt{3} - 3i}$$

Вариант – 4

1) Выполнить действия в алгебраической форме записи:

a) $\frac{2-3i}{4+5i}$; б) $(5-4i)(3+2i)$; в) $(3+5i)-(6+3i)$

2) Записать комплексные числа в тригонометрической форме и выполнить действия:

$Z_1 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$; $Z_2 = 8 - 8i\sqrt{3}$

a) $Z_1 \cdot Z_2$; б) $\frac{Z_1}{Z_2}$; в) Z_1^3

3) Выполнить действия над комплексными числами в показательной форме:

$Z_1 = 2 - 2i$; $Z_2 = -\sqrt{3} + i$

a) $Z_1 \cdot Z_2$; б) $\frac{Z_1}{Z_2}$; в) Z_2^2

4) Выполнить действия в показательной форме. Ответ записать в алгебраической форме

$$Z = \frac{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{2}i)}{-1 - \sqrt{3}i}$$

Самостоятельная работа 7

Выполнить действия

$$\begin{aligned} & (2 - i\sqrt{2})^2 & \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 \\ & \frac{1+3i}{i} - i + \frac{1+i}{1-i} & \frac{\sqrt{2} + i^{37}}{1+i^{16}} \\ & \frac{(1+i)^2}{(2-2i)^2} \cdot \left(\frac{3-i}{2+i} - \frac{2-i}{3+i}\right) & \frac{-1-i\sqrt{3}}{1-i^{14}} \\ & \frac{(-1+i\sqrt{3})^2}{8} & \left(\frac{1-i\sqrt{2}}{1+i\sqrt{2}}\right)^2 \cdot ((2+i\sqrt{2})^2 + 5) \end{aligned}$$

Самостоятельная работа 8

Найти модуль и аргумент комплексного числа.

$z = -4i$

$z = 2i$

$z = -3$

$z = 2$

Записать комплексные числа в тригонометрической форме и выполнить действия:

$z = 2 - 3i$

$z = -4 + 3i$

$z = -3 - i$

$z = 5 + 2i$

Выполнить действия

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{(1+i\sqrt{3})^2}{2i^{16}} & \frac{3i^{27} + (i\sqrt{3})^2}{i^5} \\ & \frac{-2i}{1-i^3} & \frac{3i^{41} - (i\sqrt{3})^2}{2i^{10}} \end{aligned}$$

Самостоятельная работа 9

1 вариант

2 вариант

Для комплексных чисел найти их сумму и произведение

$z_1 = 3 - 2i$ и $z_2 = -1 + 4i$.

Вычислить:

1. $i^2 + i - 2$;

2. $1 - i$

3. $1 + i$.

Для комплексного числа найти сопряжённое число и вычислить частное z/z^3 .

$z = 3 - 7i$

Отметить на координатной плоскости точки, соответствующие комплексным числам

$z_1 = 1 + 2i$,

$z_2 = -2 + 5i$,

$z_3 = 2 + 3i$,

$z_4 = -9 + i$,

$z_5 = -3 - 2i$.

Записать комплексное число в стандартной геометрической форме:

а) 5;

б) $-2 + 2i$.

Вычислить $az_1 + bz_2$, если

$z_1 = 1 + i$, $z_2 = 1 - i$, $a = 2$, $b = -1$.

**РАЗДЕЛ 5. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ.
ТЕМА 5.1 ВЕРОЯТНОСТЬ. ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.**

Практическая работа 15

- Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
- Определить вероятность появления «герба» при бросании монеты.
- В корзине 20 шаров: 5 синих, 4 красных, остальные черные. Выбирают наудачу один шар. Определить, с какой вероятностью он будет цветным.
- Событие A состоит в том, что станок в течение часа потребует внимания рабочего. Вероятность этого события составляет 0,7. Определить, с какой вероятностью станок не потребует внимания.
- В одной корзине находятся 4 белых и 8 черных шаров, в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
- Бросают две монеты. Определить, с какой вероятностью появится «герб» на обеих монетах.
- В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и двадцать выигрышей по 50 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .

Самостоятельная работа 10

I вариант

- Докажите тождество $C_n^9 + C_n^8 = C_{n+1}^9$.
- Решите уравнение $\frac{n!}{(n-5)!} = \frac{20n!}{(n-3)!}$.
- Решите уравнение $5C_{2n}^{2n-1} = 8C_{2n}^{2n-1}$.
- Талоны, свернутые в трубочку, занумерованы всеми двузначными числами. Наудачу берут один талон. Какова вероятность того, что номер взятого талона состоит из одинаковых цифр?
- В ящике находятся детали, из которых 12 изготовлены на первом станке, 20 – на втором и 16 – на третьем. Вероятность того, что детали, изготовленные на первом, втором и третьем станках, отличного качества, соответственно равна 0,9; 0,8 и 0,6. Найдите вероятность того, что извлеченная наудачу деталь окажется отличного качества.

II вариант

- Докажите тождество $C_{n+3}^5 + C_{n+3}^4 = C_{n+4}^5$.
- Решите уравнение $\frac{(2n)!}{(2n-3)!} = \frac{40n!}{(n-1)!}$.
- Решите уравнение $7C_{2n-2}^{n-2} = 3C_{2n-1}^{n-1}$.
- В урне 12 шаров. Среди этих шаров 3 белых и 9 черных. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар окажется белым?
- На двух поточных линиях производятся одинаковые изделия, которые поступают в ОТК. Производительность первой поточной линии вдвое больше производительности второй. Первая поточная линия в среднем производит 70% изделий первого сорта, а вторая – 90%. Наудачу взятое ОТК на проверку изделие оказалось первого сорта. Найдите вероятность того, что это изделие произведено на первой поточной линии.

Самостоятельная работа 11

- Вычислить значение выражения $5!+6!$
- Составить возможные перестановки из элементов $A=\{5,6,7,8\}$
- Вычислить значение выражения $6!(7! - 3!)$
- Найти число размещений A_{15} .
- Вычислить $A_7 + A_6 + A_5$.
- 30 студентов обменялись фотографиями друг с другом. Сколько было всего роздано фотографий? Вычислить $C_6^2 + C_5^2$.

ТЕМА 5.2 СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА, ЕЕ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.

Самостоятельная работа 12

- Случайная величина X задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти ее математическое ожидание.

- Согласно статистике, вероятность того, что двадцатипятилетний человек проживет еще год, равно 0,992. Компания предлагает застраховать жизнь на год на 1000 у.е. с уплатой 10 у.е. взноса. Определить, какую прибыль ожидает компания от страховки одного двадцатипятилетнего человека.
- Случайная величина X задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X .

4. Случайные величины X и Y заданы законом распределения. Найти математическое ожидание этих случайных величин и определить по таблицам, какая из данных величин более рассеяна. Подсчитать дисперсии $D(X)$ и $D(Y)$. Убедиться, что $D(X) > D(Y)$.

X	2	20	28	50
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Y	23	25	26
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

ТЕМА 5.3 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ И ДИСПЕРСИЯ СЛУЧАНОЙ ВЕЛИЧИНЫ.

Практическая работа 16

Вариант 1

1. В течении 2012 года в Кашине и Кашинском районе родилось 1224 человека, умерло 1216 человека. Средняя годовая численность населения 33000 человека. Определить показатель рождаемости, показатель смертности и естественный прирост населения.

2. По заданному статистическому распределению определить выборочное среднее, выборочную дисперсию S_0 , несмещенную выборочную дисперсию случайной величины X .

X_i	10	14	18	22
n_i	4	2	1	5

Для данной выборки постройте полигон частот.

Вариант 2

1. В течении 2011 года в Кашине и Кашинском районе родилось 1154 человека, умерло 1239 человек. Средняя годовая численность населения 33000 человека. Определить показатель рождаемости, показатель смертности и естественный прирост населения.

2. По заданному статистическому распределению определить выборочное среднее, выборочную дисперсию S_0 , несмещенную выборочную дисперсию случайной величины X .

X_i	12	13	15	17
n_i	3	5	1	2

Для данной выборки постройте полигон частот.

Самостоятельная работа 13

1. В одной корзине находятся 5 белых и 10 черных шаров, в другой – 4 белых и 11 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.

2. В лотерее 1000 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .

3. Случайная величина X задана законом распределения:

4	6	7
0,4	0,5	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X .

Критерии оценивания

№	Тип (вид) задания	Проверяемые знания и умения	Критерии оценки
1	Тесты	Знание основ математического анализа	«5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов

2	Математический диктант	Знание таблиц производных, правил дифференцирования, таблицы интегралов	5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов
3	Устный опрос	Знание правил нахождения пределов функции, определения производной; алгоритмов вычисления площадей криволинейных трапеций и решения дифференциальных уравнения с разделяющимися переменными	За правильный ответ ставится положительная оценка
4	Практическая работа	Умения самостоятельно выполнять практические задания	Выполнение работы (не менее 80%) – положительная оценка
5	Самостоятельная работа студентов	Знания и умения, формируемые при изучении темы. Знание правил оформления рефератов, расчетных и расчетно-графических работ.	Положительная оценка ставится при соблюдении правильности расчетов и построении графиков.

2.3.2. Комплект материалов для промежуточной аттестации в форме экзамена

2.3.2. 1.Пакет экзаменуемых

Перечень экзаменационных вопросов по курсу:

1. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции над числами.
2. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции над числами.
3. Показательная форма комплексного числа. Действия над ними.
4. Действия над комплексными числами.
5. Матрицы и их виды, свойства.
6. Определители и их свойства.
7. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
8. Решение систем линейных уравнений по формуле Крамера.
9. Предел функции.
10. Производная сложной функции.
11. Исследование функции с помощью первой и второй производной.
12. Первообразная и интеграл.
13. Вычисление неопределенного интеграла методом подстановки и с помощью формулы интегрирования по частям.
14. Вычисление определенного интеграла.
15. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения.
16. Площадь криволинейной трапеции. Геометрические величины.
17. Понятие дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
18. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
19. Неполные дифференциальные уравнения второго порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
21. Способы задания и свойства числовых последовательностей. Понятие о пределе последовательности.
22. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл. Вычисления производных элементарных функций.
23. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.
24. Основные формулы интегрирования. Геометрический и физический смысл неопределенного интеграла.
25. Основные понятия комбинаторики. Размещения, перестановки, сочетания.
26. Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей.
27. Вероятность. Основные теоремы о вероятности.
28. Случайная величина, ее функция распределения. Числовые характеристики случайных величин.

Практические задания экзаменационных билетов

1. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 2x}{2x^2 - 5x}$
2. Найдите интеграл: $\int \frac{5 dy}{\cos^2 y} dx$
3. Вычислите производные функции: $\frac{\ln(3-x)}{x+1}$
4. Решите систему линейных уравнений используя формулы Крамера: $\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 2x + 5y = 19 \end{cases}$
5. Найдите интеграл: $\int (4u^2 - 6u^2 - 4u + 3) du$
6. Найдите производную: $y = \frac{2x^2}{\sqrt[3]{x}}$
7. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{3x^2 - 9x}$
8. Найдите интеграл: $\int \frac{dx}{x^2 - 4} dx$
9. Найдите производную: $y = \frac{1}{2x^{\frac{3}{2}}}$
10. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}$
11. Найдите интеграл: $\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 1) dx$
12. Найдите производную: $y = 3x^2 \sqrt[3]{x}$
13. Найдите предел: $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3+8} \right)$
14. Вычислите интеграл: $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$
15. Найдите производную: $y = 5\sqrt[5]{x^3}$
16. Решите систему линейных уравнений, используя формулы Крамера: $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$
17. Найдите производную: $y = (4x^3 + 2x^2 + x - 5)$
18. Решите систему линейных уравнений, используя формулы Крамера: $\begin{cases} 7x - 3y + 5z = 32 \\ 5x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + 3z = 14 \end{cases}$
19. Найдите интеграл: $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$
20. Найдите производную: $y = (x^3 - 1)(x^2 + x + 1)$
21. Решите систему линейных уравнений, используя формулы Крамера: $\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \end{cases}$
22. Найдите производную: $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$
23. Вычислите интеграл: $\int_0^2 (3x^2 - 4x + 5) dx$
24. Решите систему линейных уравнений, используя формулы Крамера: $\begin{cases} 5x + y - 3z = -2 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \\ 2x - 3y + z = 17 \end{cases}$
25. Найдите производную: $y = (-3x^{-5} + 15x^{-4} - 2x^{-3} + x^{-1} + 2)$
26. Найдите площадь криволинейной трапеции ограниченной линиями: $y = \frac{1}{3}x^2 + 3x + 4, y = \frac{1}{3}x + 1$ и прямыми $x = -1$ и $x = 2$
27. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 - 6x^2 + 5x - 1)$
28. Найдите производную: $y = (x^2 - 5x + 8)^6$
29. Найдите обратную матрицу: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$
30. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x})$
31. Вычислите интеграл: $\int_{-1}^3 \frac{1}{\sqrt{2x+3}} dx$
32. Вычислите производную: $(0,3^{\sin 2x})$
33. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 + x - 5)$
34. Вычислите интеграл: $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) dx$
35. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{2x-6}$

36. Вычислить интеграл: $\int_3^2 (2x - 3) dx$
37. Вычислите определитель: $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix}$
38. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{3x^2 + 2x}$
39. Вычислите интеграл: $\int_{-2}^{-1} (5 - 4x) dx$
40. Вычислите производную: $x^3 \log_7(2x + 3)$
41. Вычислите определители третьего порядка: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 3 & 2 & 10 \\ 4 & 3 & 4 \end{vmatrix}$
42. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3}$
43. Вычислите: $\int_1^9 (2x - \frac{3}{\sqrt{x}}) dx$
44. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{2x-6}$
45. Найдите производную: $F(x)' = (x^2 + 6)\sqrt{x^2 - 3}$
46. Вычислите: $\int_{-2}^1 x(x-3)(2x-1) dx$
47. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{5x^2 - 14x + 8}$
48. Решите систему уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8 \\ 2x + 4y - 5z = 11 \\ 4x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$
49. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^3 + 4x^2 + 2x}$
50. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями: $y = x^2 - 8x + 16$ и $y = 6 - x$
51. Решите систему уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 4 \\ 4x + 3y - 5z = 2 \\ 5x + 4y - 2z = 18 \end{cases}$
52. Найдите производную: $\sqrt{x}(0.5^x + 1)$
53. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3}$
54. Найдите производную: $y = 5x^6 - 8x^5 + 21x$
55. Вычислите определитель: $\begin{vmatrix} 1 + \cos x & 1 + \sin x & 1 \\ 1 - \sin x & 1 + \cos x & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
56. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -\frac{2}{3}x + 4, x = 0, x = 4$ и $y = 0$
57. Найдите производную: $y = 5x^6 - 8x^5 + 21x$
58. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$
59. Решите систему уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases} x - y + 3z = -4 \\ 2x + y - 2z = 5 \\ 3x + 3y + z = 6 \end{cases}$
60. Найдите производную: $y = \frac{9x}{\sqrt{x^2 + 1}}, x = 2\sqrt{2}$
61. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + x^2}{x^2 + 5x + 6}$
62. Найдите производную: $y = \frac{\sqrt{z+1}}{z}, z = 2$
63. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x-1}$
64. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 7x - 6}$
65. Найдите производную: $y = \frac{x-a}{x+a}$
66. Найдите критические точки: $f(x) = \frac{1}{5}(5x+7)^{3/2} - \frac{1}{2}(3x+1)^{3/2} - (x+3)^{3/2}$.
67. Вычислите определители третьего порядка: $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}$
68. Вычислите: $\int_{-2}^{-1} \frac{4}{x^2} (1 - \frac{2}{x}) dx$
69. Найдите экстремумы функции: $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x - 4$.

70. Вычислите определители третьего порядка: $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$
71. Найдите производную: $y = \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$
72. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет $p=0,8$. Найти вероятность четырех попаданий при шести выстрелах.

73. Вычислите определители третьего порядка: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$

74. Найдите производную: $y = \frac{1}{(x^2-1)^4}$

75. Найдите интеграл: $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

76. Найдите производную: $(2x^3 + 1)^4$

77. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+3x^2-x-3}{x-1}$

78. Найдите производную: $y = (3x^2 - 10x + 8)^{12}$

79. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2+x-15}{3x^2+7x-6}$

80. Вычислите интеграл: $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx$

81. Выполните действия: $\frac{(3+2i)(2-i)}{(2+3i)(1+i)}$

82. Выполнить действия в алгебраической форме записи: а) $\frac{2+3i}{4+i}$

83. Выполнить действия в алгебраической форме записи: а) $\frac{1+4i}{3i-1}$;

84. Выполнить действия над комплексными числами в показательной форме:

$$Z_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i; \quad Z_2 = -5i$$

- а) $Z_1 \cdot Z_2$; б) $\frac{Z_1}{Z_2}$; в) Z_2^2

85. Записать комплексные числа в тригонометрической форме и выполнить действия:

$$Z_1 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i; \quad Z_2 = 8 - 8i\sqrt{3}$$

- а) $Z_1 \cdot Z_2$; б) $\frac{Z_1}{Z_2}$; в) Z_1^3

86. Выполнить действия в показательной форме и ответ записать в алгебраической форме:

$$\frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{6} + i\frac{\sqrt{6}}{6}\right)}{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i}$$

$$y = \frac{32+x}{(x-4)(x+9)}$$

87. Найти область определения функции:

$$y = \frac{4x}{x^2 - 5x + 6}$$

88. Найти область определения функции:

89. Используя диаграммы Эйлера-Венна доказать тождество: $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$.

90. В классе английский язык изучают 25 человек, а немецкий – 27 человек, причем 18 человек изучают одновременно английский и немецкий языки. Сколько человек в классе: а) изучают иностранные языки? б) изучают только английский язык? в) изучают только немецкий язык?

91. Пусть A – множество различных букв в слове «математика», а B – множество различных букв в слове «стереометрия». Найти пересечение и объединение множеств A и B .
92. Дано: а) $A, B \subset Z$, $A = \{1;3;4;5;9\}$, $B = \{2;4;5;10\}$. б) $A, B \subset R$, $A = [-3;3]$, $B = (2;10)$. Найти: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, \overline{B} .
93. Даны множества A и B . Найти: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, \overline{B} . $A, B \subset Z$. $A = \{1;2;5;7;9;11\}$; $B = \{1;4;6;7\}$.
94. Даны множества A и B . Найти: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, \overline{B} . $A, B \subset Z$; $A = \{3;6;7;10\}$; $B = \{2;3;10;12\}$.
95. Даны множества A и B . Найти: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, \overline{B} . $A, B \subset Z$; $A = \{1;2;5;7;9;11\}$; $B = \{1;4;6;7\}$.
96. Используя диаграммы Эйлера-Венна доказать тождество: $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.
97. Используя диаграммы Эйлера-Венна доказать тождество: $A \cup (B \setminus C) = (A \cap B) \cup (A \setminus C)$.
98. Используя диаграммы Эйлера-Венна доказать тождество: $A \cup (B \setminus C) = (A \cap B) \cup (A \setminus C)$.
99. Определить вероятность суммарного события. В библиотеке на стеллаже расставлено 15 учебников, из них 5 в жесткой обложке. Выдано случайным образом 3 учебника. Определить вероятность того, что хотя бы один из них в жесткой обложке.
100. Рассчитать число возможных неисправностей в блоке питания компьютера, если число деталей 25, а проявление неисправностей 5.
101. В коробке 2 белых и 3 черных шарика. Вынимают подряд 2 шарика. Определить вероятность того, что оба белые.
102. Колода 52 карты. Выбирают 5 карт. Определить вероятность того, что все карты различны.
103. Найти дисперсию и средне квадратическое отклонение случайной величины, заданной рядом распределения
- | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|-----|
| 131 | 140 | 160 | 180 | 0,05 | 0,1 | 0,25 | 0,6 |
|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|-----|
104. В группе 12 студентов, 8 учатся без «3». Выбраны 9 студентов. Определить вероятность того, что у пятерых из них нет «3».
105. Всхожесть семян, купленных на рынке 0,2. Какова вероятность того, что из 100 семян прорастут ровно 20?
106. Рассчитать число вариантов выбора билетов на экзамене, если количество билетов 35, а число студентов в группе 25.
107. Вычислить вероятность события в схеме Бернулли. Два равных шахматиста играют несколько игр. Что вероятнее; выиграть две партии из четырех или три партии из шести (ничьи не принимаются).
108. Найти дисперсию случайной величины числа появлений события в трех независимых испытаниях, если вероятность появления одинакова, а математическое ожидание равно 1,2.
109. В парке 5 скамеек. Три из них покрашены. Гуляющие сели на 2 скамейки. Какова вероятность того, что они испачкались?
110. Рассчитать число возможных вариантов прогноза погоды на один день, если возможны следующие характеристики прогноза: солнечно, пасмурно, ветер, снег, гололед, дождь, без осадков.
111. Фирма поставила 500 персональных компьютеров. Вероятность повреждения при транспортировки 0,001. Найти вероятность того, что при транспортировке будет повреждено хотя бы 2 компьютера.
112. В январе в Казани родились 145 мальчиков и 135 девочек. В феврале 142 и 136 соответственно. В марте 152 и 140. Какова вероятность рождения мальчиков?

2.3.2.2. Пакет экзаменатора

1. Условия

Количество вариантов задания для экзаменуемого - 28.

Время на подготовку и выполнение:

- подготовка 5 мин.;
- выполнение 50 мин.;
- оформление и сдача 15 мин.;

всего 1 час 10 мин.

Оборудование: справочные таблицы, ГОСТы, плакаты, вычислительная техника, макеты.

2. Инструкция для экзаменуемых

Последовательность и условия выполнения задания:

- прочитайте вопрос;
- напишите план ответа на первый, а затем на второй вопросы билета;
- решение задачи начните с внимательного прочтения условия;
- определите раздел изученного материала к которому относится задача;
- запишите исходные данные задачи;
- составьте схему к задаче, если она не задана;
- напишите исходные формулы для определения неизвестных величин;
- преобразуйте формулу для нахождения неизвестного;
- приведите исходные данные в систему «СИ»;

- для определения справочных величин воспользуйтесь справочником;
- подставьте числовые значения и найдите неизвестную величину;
- запишите размерность вычисленной величины.

Критерии оценки

теоретических заданий:

- «отлично» - теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов;
- «хорошо»- теоретическое содержание дисциплины освоено незначительными пробелами;
- «удовлетворительно» - теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят систематического характера;
- «неудовлетворительно» - теоретическое содержание дисциплины не освоено.

– Уровень подготовки оценивается в баллах:

- «5» - 90%-100% правильных ответов;
- «4» - 70%-89% правильных ответов;
- «3» - 50%-69% правильных ответов;
- «2» - 49% и менее правильных ответов.

практических заданий:

– **Оценка «отлично»** ставится, если студент выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

– **Оценка «хорошо»** ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

– **Оценка «удовлетворительно»** ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

– **Оценка «неудовлетворительно»** ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.